

Universidad Carlos III de Madrid

Escuela Politécnica Superior

Departamento de Ingeniería Mecánica



INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA

PROYECTO FIN DE CARRERA

**ESTUDIO DE LAS VIBRACIONES
AUTOEXCITADAS EN EL TREN
DELANTERO DE UNA MOTOCICLETA.**

AUTORA: TANIA FOLGUERA FERNÁNDEZ

TUTOR: Dr. D. JUAN CARLOS GARCÍA PRADA

FECHA: OCTUBRE DE 2011

Título: ESTUDIO DE LAS VIBRACIONES AUTOEXCITADAS EN
EL TREN DELANTERO DE UNA MOTOCICLETA.

Autora: TANIA FOLGUERA FERNÁNDEZ

Tutor: Dr. D. JUAN CARLOS GARCÍA PRADA

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día 26 de Octubre de 2011 en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de _____

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Resumen.

Con el presente proyecto se pretenden estudiar las vibraciones autoexcitadas que aparecen en el tren delantero de una motocicleta durante su uso normal y los problemas que ocasionan debido a su influencia en la conducción y en la seguridad.

Se comenzará explicando los tipos de motocicleta y las partes de las que consta una motocicleta tipo Gran Premio basándose en el prototipo que representó a la Universidad Carlos III de Madrid en la competición internacional MotoStudent I y el comportamiento de una motocicleta.

Una vez comprendidos los aspectos generales de la dinámica de las motocicletas se prosigue con un breve capítulo sobre las vibraciones, para, posteriormente tratar en profundidad las inestabilidades en las motocicletas centrándose en la conocida como “wobble” y tratando los parámetros relevantes en esta vibración, situaciones en las que se produce y cómo puede evitarse.

Finalmente, se propone un modelo mecánico válido para las simulaciones por ordenador de los prototipos que vayan a ser fabricados en la Universidad.

Todas las conclusiones del presente proyecto serán aplicadas por los miembros de la asociación Moto-Maqlab UC3M en el prototipo que se construirá para representar a la Universidad Carlos III de Madrid en la competición internacional MotoStudent II.

Palabras clave: motocicletas, MotoStudent, vibraciones, vibraciones autoexcitadas, inestabilidades, caída lateral, wobble, weave, simulación.

Abstract.

The Project is aimed at an improved understanding of self-excited vibrations in the front frame of a motorcycle during its conventional use and the problems related to instabilities due to their influence on maneuverability and safety.

We will begin by explaining the types of motorcycles and the parts of the comprising a Grand-Prix-like motorcycle based on the prototype that represented the University Carlos III of Madrid in the international competition MotoStudent I and the performance of a motorcycle.

Once the general aspects of the dynamics of motorcycles are understood, we will continue with a brief chapter on vibration, to later discuss the instabilities on motorcycles in depth, focusing on the wobble vibration mode and covering relevant parameters in this instability, situations in which it occurs and how it can be avoided.

Finally, we propose a valid model for computer simulation that will be applicable to the prototypes to be built at the University.

All findings of this project will be implemented by members of the Moto-Maqlab UC3M Association in the prototype that is going to be built to represent the University Carlos III of Madrid in the international competition MotoStudent II.

Keywords: motorcycle, MotoStudent, vibrations, self-excited vibrations, instabilities, capsize, wobble, weave, simulation.

Índice general.

	Página
Índice general	4
Índice de figuras	7
Índice de tablas	10
1 Introducción	11
1.1 Introducción al proyecto	11
1.2 Objetivos	11
1.3 Motivación	12
1.4 MotoStudent	12
1.5 Estructura de la memoria	14
2 La motocicleta	15
2.1 La motocicleta: definición y breve reseña histórica	15
2.2 Tipos de motocicleta	16
2.3 Partes de una motocicleta tipo Gran Premio	21
2.3.1 Introducción	21
2.3.2 Descripción de los elementos	22
2.4 Comportamiento de una motocicleta	34
2.4.1 Geometría de la motocicleta	34
2.4.2 Ejes de referencia	37
2.4.3 Mecanismos de control de la motocicleta	38
2.4.4 Fuerzas externas en un viraje	38
2.4.5 Equilibrio en la motocicleta	39
2.4.6 Curvas	42
2.4.7 Transferencia de peso	45

3 Vibraciones	48
3.1 Fundamentos del análisis de vibraciones	48
3.2 Resonancia	51
3.3 Vibraciones autoexcitadas	56
3.4 Vibración de adherencia-desplazamiento	59
3.5 Modos de vibración en los neumáticos de una motocicleta	61
4 Inestabilidades en la motocicleta	63
4.1 Introducción a las inestabilidades en la motocicleta	63
4.2 Estado del arte	65
4.3 Tipos de inestabilidades en una motocicleta	68
4.3.1 El movimiento de caída lateral (Capsize)	69
4.3.2 Weave	72
4.3.3 Wobble	74
5 Wobble	77
5.1 Descripción detallada	77
5.2 Modelo de wobble con un grado de libertad	78
5.3 Influencia de rampas y pendientes	82
5.4 Estudios de aceleración, deceleración y estrategias de frenado	83
5.5 Influencia de la carretera	87
5.6 Influencia del piloto	88
5.7 Parámetros involucrados	90
5.8 Creencias populares acerca de cómo minimizar el wobble	93
5.9 Posibles soluciones y mejoras ante el wobble	94
6 Propuesta de un modelo de simulación	98
6.1 Introducción al modelado y ensamblaje de motocicletas	98
6.2 Introducción al modelado en 3D del prototipo	100
6.3 Subconjuntos	101
6.3.1 Chasis motor piloto	101
6.3.2 Suspensión delantera	104
6.3.3 Sistema de dirección	107
6.3.4 Suspensión trasera	107
6.3.5 Ruedas	108
6.4 Unión entre componentes	109
6.5 Suspensión	110
6.6 Contacto neumático-calzada	110
6.7 Frecuencias propias de los componentes del tren delantero	112
7 Resultados	125

8 Conclusiones	129
9 Futuros desarrollos	131
10 Presupuesto	132
11 Bibliografía	133
12 Enlaces web	136

Índice de figuras.

	Página
1.4-1 Motocicletas finalistas de MotoStudent I	13
2.2-1 Honda CBR 600 rr	16
2.2-2 BMW R1200 RT	16
2.2-3 Honda GL 1800 Goldwing	17
2.2-4 Honda CB 1000R	17
2.2-5 Harley Dvison Dyna Super Glide	17
2.2-6 Yamaha Majesty	18
2.2-7 Suzuki Adress R	18
2.2-8 BMW F650 GS	18
2.2-9 Montesa-Honda Cota 4RT	19
2.2-10 Yamaha YZ450F	19
2.2-11 Yamaha WR250R	19
2.2-12 Aprilia SXV 450	20
2.3.1-1 Partes principales de una motocicleta	21
2.3.1-2 Motocicleta de 125cc del equipo MotoMaqlab UC3M para MotoStudent I	21
2.3.2-1 Freno de disco	23
2.3.2-2 Neumáticos de seco (izda.) y lluvia (dcha.).	24
2.3.2-3 Llantas de aluminio forjadas	24
2.3.2-4 Chasis	25
2.3.2-5 Subchasis	26
2.3.2-6 Basculante	26
2.3.2-7 Amortiguador de dirección	27
2.3.2-8 Sistema de escape	28
2.3.2-9 Partes del carenado	28
2.3.2-10 Sistema de transmisión secundaria por cadena	29
2.3.2-11 Suspensión delantera	30
2.3.2-12 Suspensión trasera	31
2.3.2-13 Componentes del sistema de dirección	32

2.3.2-14	Sistema de dirección	32
2.4.1-1	Parámetros geométricos de la motocicleta	36
2.4.2-1	Ejes de referencia más usados	37
2.4.4-1	Fuerzas que actúan en una motocicleta	38
2.4.5-1	Efecto giroscópico	40
2.4.7-1	Transferencia de pesos en frenada (izda.) y en aceleración (dcha.).	45
2.4.7-2	Esquema de fuerzas en fase de frenado	46
3.1-1	Formas de representación de la amplitud en una onda	50
3.2-1	Sistema masa-muelle con amortiguación y gráfica de la frecuencia crítica	53
3.2-2	Comportamientos dependiendo del amortiguamiento	54
3.4-1	Característica de fricción velocidad	60
3.5-1	Ejemplos de vibración en neumáticos en contacto con el suelo	62
4.1-1	Modos de vibración en una motocicleta con velocidades entre 10 y 50 m/s	64
4.2-1	Wobble: animación de V.Cossalter	65
4.2-2	Simulación wobble Universidad de Stuttgart	66
4.2-3	Simulación de wobble en banco de pruebas	67
4.2-4	Animación de inestabilidad	67
4.3-1	Representación de las inestabilidades en función de la velocidad	69
4.3.1-1	Capsize	70
4.3.1-2	Capsize estable a 4m/s	71
4.3.1-3	Capsize inestable a 4m/s	71
4.3.2-1	Weave	72
4.3.2-2	Weave a 10 m/s	73
4.3.2-3	Weave a 30 m/s	73
4.3.3-1	Wobble	74
4.3.3-2	Wobble a 30 m/s	75
5.2-1	Geometría del tren delantero de una motocicleta	78
5.2-2	Influencia de los parámetros involucrados en la velocidad que da comienzo a la oscilación.	80
5.2-3	Influencia de los parámetros involucrados en al frecuencia del sistema	81
5.2-4	Influencia de los parámetros involucrados en el ratio de amortiguamiento	81
5.2-5 dcha	Frecuencia natural del wobble en función de la velocidad	82
5.2-5 izda	Coefficiente de amortiguamiento para el wobble en función de la velocidad	82
5.3-1	Avance rectilíneo en distintas aceleraciones	83
5.4-1	Aceleración en superficies planas	84
5.4-2	Cargas en los neumáticos, momento, carga aerodinámica y fuerza longitudinal	84
5.4-3	Deceleración en superficies planas	85
5.4-4	Diferentes condiciones de frenado	86
5.4-5	Comportamiento de la motocicleta en frenada con la rueda delantera	86
5.4-6	Comportamiento de la motocicleta en frenada con la rueda trasera	86
6.6-1	Giro de la dirección con conducción tensa	89

6.6-2	Giro de la dirección con conducción relajada	89
5.7-1	Frecuencias naturales de weave, wobble y rotación de la rueda en función de la velocidad	90
5.7-2	Cambios en el wobble a media velocidad	91
5.7-3	Parámetros influyentes según la velocidad	92
5.9-1	Influencia del amortiguador de la dirección	96
5.9-2	Influencia del inerter	96
6.1-1	Sistemas de suspensión	99
6.2-1	Modelo de la motocicleta	101
6.3.1-1	Subconjunto chasis-motor-piloto	101
6.3.1-2	Chasis	102
6.3.1-3	Motor 125 cc.	102
6.3.1-4	Depósito de combustible	103
6.3.1-5	Subchasis	103
6.3.1-6	Piloto	104
6.3.1-7	Basculante	104
6.3.2-1	Suspensión delantera tipo paralelogramo	104
6.3.2-2	Triángulo inferior suspensión	105
6.3.2-3	Amortiguador	105
6.3.2-4	Triángulo superior suspensión	106
6.3.2-5	Horquilla	106
6.3.3-1	Sistema de dirección	107
6.3.4-1	Balancín	107
6.3.4-2	Tirante	107
6.3.4-3	Amortiguador trasero	108
6.3.5-1	Ruedas	108
6.7-1	Tirante delantero	112
6.7-2	Vástago del amortiguador	113
6.7-3	Cilindro	114
6.7-4	Balancín	115
6.7-5	Triángulo inferior de la dirección	116
6.7-6	Triángulo superior de la dirección	117
6.7-7	Tija	118
6.7-8	Soporte del anclaje de la dirección al chasis	119
6.7-9	Anclaje de la dirección al chasis	120
6.7-10	Horquilla	121
6.7-11	Chasis	122
6.7-12	Triángulo de la suspensión	123
6.7-13	Neumático y llanta delantera	124
8.1-1	Organigrama	130

Índice de tablas.

	Página
2.3.2-1 Ficha técnica MotoStudent I	33
2.4.1-1 Parámetros geométricos de la motocicleta	36
3.1-1 Símbolos utilizados	48
4.3.3-1 Resumen de tipos de inestabilidades	76
5.2-1 Valores de los parámetros empleados en las gráficas	80
5.7-1 Parámetros influyentes en el wobble	91
5.7-2 Parámetros influyentes según la velocidad	92
6.4-1 Juntas de unión entre elementos comunes	109
6.4-2 Juntas de unión del modelo	109
6.5-1 Parámetros de amortiguación de la suspensión	110
6.6-1 Parámetros de la fuerza de choque	111
6.6-2 Parámetros de la fuerza de fricción	111

1 Introducción.

1.1 INTRODUCCIÓN AL PROYECTO

La finalidad de este proyecto es realizar un estudio de las vibraciones autoexcitadas en el tren delantero de una motocicleta y la problemática que ocasionan debido a su influencia en la maniobrabilidad y en la seguridad de la misma.

1.2 OBJETIVOS

El objetivo principal del presente proyecto es el estudio de los modos de vibración que aparecen en una motocicleta durante su uso normal.

Para ello se requiere:

- Realizar una selección bibliográfica y su correspondiente gestión.
- Proponer y clasificar los fenómenos vibratorios más importantes:
 - Comprender los factores que afectan al comportamiento dinámico de una motocicleta.
 - Estudiar las inestabilidades que pueden producirse en una motocicleta.
 - Entender cómo afecta la variación de parámetros en las inestabilidades que pueden producirse en la motocicleta.
 - Valorar qué factores van a ser los de mayor relevancia para el estudio.
- Proponer un modelo de simulación.

1.3 MOTIVACIÓN

El motivo de este proyecto es el estudio de los modos de vibración que tienen lugar en una motocicleta ya que su uso diario está condicionado por la presencia de movimientos oscilatorios y es importante que el vehículo tenga un buen comportamiento ante los mismos.

Debemos añadir que el comportamiento de una motocicleta ante las vibraciones autoexcitadas es una medida de su seguridad y de su facilidad de conducción debido a que esta respuesta es un gran indicador de la facilidad de tratamiento en la conducción del vehículo.

Estudiaremos las tres inestabilidades principales que se producen en la motocicleta, las cuales son conocidas como capsizes (caída lateral), wobble y weave centrándonos en el wobble y propondremos un modelo de simulación válido para ser aplicado al prototipo que representará a la Universidad Carlos III de Madrid en la competición internacional MotoStudent II basándonos en el modelo empleado para las simulaciones del prototipo de motocicleta que representó a la universidad en MotoStudent I.

Además, cabe destacar, que con el presente proyecto se recopilarán y gestionarán los artículos y estudios más relevantes de los últimos tiempos en el ámbito de las inestabilidades producidas en motocicletas para unificarlos en un único documento, el cual podrá servir como base a futuros proyectos realizados en la Universidad sobre comportamiento, seguridad y simulación de motocicletas.

1.4 MOTOSTUDENT

La competición *MotoStudent* promovida por la fundación *Moto Engineering Foundation* es un desafío entre equipos universitarios a nivel internacional.

La edición MotoStudent I consistió en diseñar y desarrollar un prototipo de moto de competición de pequeña cilindrada 125cc y 2t., que compitió con su evaluación pertinente, en unas jornadas que se llevaron a cabo en las instalaciones de MotorLand Aragón (Ciudad del Motor de Aragón) durante Octubre de 2010.

Para el propósito de esta competición, el equipo universitario debe considerarse integrado en una empresa fabricante de motocicletas de competición, para desarrollar y fabricar un prototipo bajo unos condicionantes técnicos y económicos dados, lo que supone llevar a cabo un proyecto real con los compromisos del mundo industrial, esto es, trabajar en equipo, trabajar en competencia, trabajar bajo un presupuesto y trabajar con un calendario. Así como trabajar en conexión con empresas e instituciones del mundo de la competición.

La competición en si misma es un reto para los estudiantes, donde éstos en un periodo de tiempo de tres semestres han de demostrar y probar su capacidad de creación e innovación y la habilidad de aplicar directamente sus capacidades como ingenieros en comparación con los otros equipos.

En la anterior edición, se le otorgó al equipo Moto-Maqlab UC3M el premio a la mejor innovación tecnológica gracias a la incorporación de una suspensión delantera alternativa de paralelogramo indeformable en vez de usar las horquillas telescópicas proporcionadas por la organización.

Para la segunda edición de MotoStudent, se creará un prototipo de 250cc 4t el cual competirá en MotorLand Aragón en Octubre de 2012. Gracias a la experiencia y a los buenos resultados adquiridos en MotoStudent I el equipo de la UC3M pretende obtener iguales o mejores resultados que en la edición anterior.



Figura 1.4-1: motocicletas finalistas MotoStudent I

1.5 ESTRUCTURA DE LA MEMORIA.

Para facilitar la lectura de la memoria, se incluye a continuación un breve resumen de cada capítulo:

- **1. Introducción:** consta de los objetivos del proyecto, la motivación y explica en qué consiste la competición MotoStudent.
- **2. La motocicleta:** Define los tipos de motocicletas, las partes de las que consta una motocicleta tipo Gran Premio y explica el comportamiento dinámico de las motocicletas (factores geométricos, mecanismos de control, giros, transferencia de pesos, equilibrio etc.)
- **3. Vibraciones:** Trata brevemente los parámetros básicos de las vibraciones, el fenómeno de resonancia, las vibraciones autoexcitadas, el fenómeno de vibración por adherencia-desplazamiento y los modos de vibración que aparecen en los neumáticos de motocicleta para poder comprender posteriormente las vibraciones que tienen lugar en las motocicletas.
- **4. Inestabilidades en la motocicleta:** Trata las tres inestabilidades que se producen en las motocicletas durante su uso normal: caída lateral, wobble y weave.
- **5. Wobble:** Descripción detallada del fenómeno, causas, parámetros involucrados en dicha inestabilidad, cómo impedir que se produzca.
- **6. Propuesta de un modelo de simulación:** Se propone un modelo de simulación válido. Se obtienen las frecuencias propias de los elementos del tren delantero del prototipo MS1.
- **7. Resultados:** Sintetiza todo el estudio de las vibraciones que se producen en el tren delantero de una motocicleta. Muestra un esquema de resolución con los pasos llevados a cabo y los que se podrán realizar en un futuro.
- **8. Conclusiones:** Breve repaso de los objetivos propuestos y realizados.
- **9. Futuros desarrollos:** Se proponen unas líneas de trabajo en proyectos relacionados con las vibraciones en motocicletas.
- **10. Presupuesto:** Muestra un presupuesto desglosado del proyecto.

2 La motocicleta.

2.1. LA MOTOCICLETA: DEFINICIÓN Y BREVE RESEÑA HISTÓRICA.

La motocicleta o moto, es un vehículo automóvil que puede transportar hasta dos personas y tres si está dotada de sidecar. Consta de dos ruedas y es impulsado por un motor, habitualmente de gasolina que puede ser de dos o cuatro tiempos y tener entre uno y seis cilindros. La rueda directriz es la delantera y el motor acciona la rueda trasera generalmente mediante una transmisión por cadena.

En cuanto a la historia de la motocicleta, cabe citar que el verdadero creador de la motocicleta fue H. Hilderbrand, quien en 1855 acopló a una bicicleta un pequeño motor de vapor construido por él mismo. Posteriormente, en 1885, los inventores alemanes Gottlieb Daimler y Wilhem Mayback, diseñaron la primera motocicleta impulsada por un motor de combustión interna diseñado por ellos mismos. Su motocicleta tenía un bastidor de madera y tenía dos pequeñas ruedas de estabilización, por lo que técnicamente no podría ser considerada una motocicleta aunque por muchos historiadores es considerada la primera motocicleta de la historia debido a que tenía un motor de combustión interna. El hijo de Daimler, Paul, se convirtió en el primer motorista el 10 de noviembre de 1885, cuando pilotó la invención de su padre a lo largo de casi 10 kilómetros.

En 1894 H. Hilderbrand y A. Wolfmüller presentaron en Munich la primera motocicleta fabricada en serie con fines comerciales.

De ahí en adelante la motocicleta ha estado, y sigue estando, en constante evolución.

2.2 TIPOS DE MOTOCICLETA:

La motocicleta ha evolucionado de manera paralela a la competición, siendo esta en muchos casos el motor de su evolución y la impulsora de nuevos estilos y tipos de motocicleta. También hay que destacar que las tendencias sobre moda e imagen han hecho que fructifiquen modelos de marcado carácter retro como las custom o las naked en las que prima el factor estético y que la evolución de la sociedad ha influido en los gustos y necesidades de los usuarios generando otros tipos de motocicleta.

A continuación describiremos brevemente los numerosos tipos de motocicleta que hay en la actualidad

Deportivas

Su estética trata de imitar a la de las motocicletas de competición de velocidad, adoptando carenados con los que se favorece la aerodinámica. Son potentes, con motores diseñados para obtener las máximas prestaciones. En la mayoría de los casos se trata de motocicletas de gran cilindrada (de 600 cc en adelante) aunque existen modelos deportivos en categorías inferiores con gran rendimiento debido a su ligereza.



Figura 2.2-1: Honda CBR 600 rr

Turismo

Se engloba en esta categoría a las motocicletas de cualquier cilindrada sin grandes pretensiones deportivas. Suelen ser económicas y prácticas.



Figura 2.2-2: BMW R1200 RT

Gran turismo

Son motocicletas dotadas de grandes carenados, con los que se ofrece protección a los ocupantes dado que están pensadas para circular con pasajero. Suelen tener maletas y baúl posterior. Dado su alto peso disponen de motores de gran cilindrada con pares altos a medio y bajo régimen por lo que su nivel de prestaciones es inferior que el que se podría deducir de su cilindrada.



Figura 2.2-3: Honda GL 1800 Goldwing

Naked

Están desprovistas de cualquier tipo de carenado y la estética juega en ellas un papel fundamental. Su comportamiento y prestaciones no están condicionadas por la estética a excepción de la protección al piloto y la velocidad máxima.



Figura 2.2-4: Honda CB 1000

Custom

También son conocidas como chopper. Deben su imagen al mercado norteamericano y no son diseñadas pensando en sus prestaciones y comportamiento dinámico, si no en su estética. Pueden ser de cualquier cilindrada pero en cualquier caso se trata de motocicletas pesadas.



Figura 2.2-5: Harley-Davidson Dyna Super Glide.

Scooters

Son ante todo prácticas y generalmente tienen cambio automático por variador continuo. Cuentan con un cuadro abierto en la que el conductor se sienta sin montar a horcajadas sobre parte alguna del motor. Su utilización es claramente ciudadana debido a que su escaso diámetro de ruedas le impide desarrollar altas prestaciones. Suelen disponer de carrocería de plástico, chasis tubular metálico y compartimentos.



Figura 2.2-6: Yamaha Majesty

Ciclomotores

Constituyen el grueso de la producción de motocicletas aunque la legislación no las considera como tales por su cilindrada máxima de 50 cc y velocidad máxima de 60 Km/h. En esta categoría podemos encontrar desde scooters hasta motos naked, deportivas etc. Deben su éxito a su bajo precio y a la posibilidad de conducción sin carnet.



Figura 2.2-7: Suzuki Address R

Trail

Surgieron como modelos de campo adaptados para su uso en carretera aunque actualmente son modelos de carretera con ciertas aptitudes para circular por caminos de tierra de escasa dificultad. Tienen suspensiones de gran recorrido y la rueda delantera es de mayor diámetro.



Figura 2.2-8: BMW F650 GS

Trial

Poseen un tamaño pequeño, para favorecer su manejo y su postura de conducción está diseñada para ir de pie dado que su velocidad de utilización es muy baja.



Figura 2.2-9: Montesa-Honda Cota 4RT

Cross

Esta especialidad velocística se practica en circuito de tierra con grandes desniveles. Debido a la superficie por la que ruedan poseen suspensiones de gran recorrido y eficacia, además toda su potencia es empleada en aceleración, no en alcanzar una alta velocidad. No están homologadas para circular por las calles.



Figura 2.2-10: Yamaha YZ450F.

Enduro o todo terreno

Esta especialidad es similar al cross pero en circuitos abiertos, por caminos de una zona. Disponen de alumbrado para ser homologadas para su uso en vías públicas y poder ser matriculadas.



Figura 2.2-11: Yamaha WR250R.

Supermoto o supermotard

Es una fusión entre el motociclismo de carretera y el cross. Las carreras tienen lugar comúnmente en pistas con secciones todoterreno dentro del mismo circuito; aproximadamente un 70% es de asfalto y el 30% de tierra con algún salto. Las motocicletas son frecuentemente creaciones hechas a partir de motocicletas de enduro, con neumáticos de carrera.



Figura 2.2-12: Aprilia SXV 450

Motos de catalogación especial

Son vehículos relacionados de alguna forma con la motocicleta, ya sea por su disposición mecánica o por derivar de esta así como por su catalogación legal. En esta categoría se encuentran los quads, las motos de nieve, las motos de agua y los cuadriciclos.

2.3. PARTES DE UNA MOTOCICLETA TIPO GRAN PREMIO

2.3.1. INTRODUCCIÓN

Las partes principales de una motocicleta son las que se muestran en el modelo creado en Pro-Engineer para el estudio de la motocicleta fabricada por el equipo Moto-Maqlab UC3M para su participación en MotoStudent I. Nos basaremos en este prototipo para explicar todos los componentes principales de los que consta una motocicleta.

En la figura se puede apreciar que la suspensión delantera está compuesta por un cuadrilátero articulado.

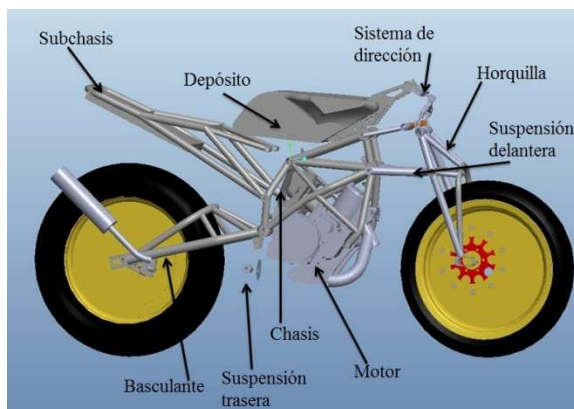


Figura 2.3.1-1: Partes principales de una motocicleta.

En la siguiente imagen podemos observar la motocicleta fabricada por el quipo Moto-Maqlab UC3M para la competición MotoStudent I.

Se pueden apreciar partes que no han sido necesarias modelar para la simulación como el carenado, los frenos o el cableado así como otras en las que se realizaron simplificaciones como es el caso de las llantas.



Figura 2.3.1-2: Motocicleta 125cc de MotoMaqlab UC3M para MotoStudent I

2.3.2. DESCRIPCIÓN DE LOS ELEMENTOS.

En este apartado se va a llevar a cabo una descripción más detallada de las partes de la motocicleta del equipo Moto-Maqlab UC3M.

Motor 2t

En esta competición se utilizó un motor 2t monocilíndrico, del fabricante GAS GAS, proporcionado por la organización y el cual no debe ser modificado.

Un motor de combustión interna como el utilizado en el diseño de esta motocicleta, es un tipo de máquina que obtiene energía mecánica directamente de la energía química producida por un combustible al arder éste dentro de una cámara de combustión.

Con un diseño adecuado puede conseguirse que un motor Otto (de los utilizados habitualmente en motos de gran cilindrada 4t) funcione a dos tiempos, con un tiempo de potencia cada dos fases en lugar de cada cuatro fases. La eficiencia de este tipo de motores es menor que la de los motores de cuatro tiempos, pero al necesitar sólo dos tiempos para realizar un ciclo completo, producen más potencia que un motor cuatro tiempos del mismo tamaño.

Este tipo de motores son mucho más simples que los motores de cuatro tiempos, en lugar de utilizar válvulas, presentan orificios que quedan abiertos con el desplazamiento del pistón hacia abajo.

El principio general del motor de dos tiempos es la reducción de la duración de los periodos de absorción de combustible y de expulsión de gases en lugar de que cada operación requiera un tiempo completo como ocurre en los motores de cuatro tiempos.

En los motores de dos tiempos la mezcla de combustible y aire entra en el cilindro a través del orificio de aspiración cuando el pistón está en la posición más alejada del cabezal del cilindro. La primera fase es la compresión, en la que se enciende la carga de mezcla cuando el pistón llega al final de la fase. A continuación, el pistón se desplaza hacia atrás en la fase de explosión, abriendo el orificio de expulsión y permitiendo que los gases salgan de la cámara.

Frenos

Son los elementos que tienen como función decelerar la motocicleta.

En la actualidad, la totalidad de las motocicletas de gran premio de 125cc llevan frenos de disco, fabricados en acero aleado y mordidos por pinzas de anclaje radial en el tren delantero y axial en el tren trasero. Presentan un disco pequeño (unos 120 mm de diámetro) en la rueda trasera y un disco mucho mayor en la rueda delantera (unos 220 mm de diámetro). Esto es debido a que en las frenadas el freno delantero tiene mayor importancia por la transferencia de pesos del tren trasero al delantero.

En la figura podemos ver el disco de freno delantero utilizado en la motocicleta del equipo Moto-Maqlab UC3M.



Figura 2.3.2-1: Freno de disco.

Neumáticos

Los neumáticos son una de las partes clave de los vehículos, debido a que son el elemento que mantiene en contacto el vehículo con la calzada.

Es importante diseñar una motocicleta en función de qué neumáticos vaya a utilizar. En nuestro caso se utilizaron neumáticos de competición de la marca Dunlop.

En condiciones normales, se utilizarán neumáticos slick (lisos), ya que éstos maximizan la superficie en contacto con el asfalto. Actualmente, todas las motocicletas de competición, en condiciones de seco, utilizan este tipo de neumático. Los neumáticos de seco se suelen presentar con compuesto blando o medio, según las condiciones de la pista. En condiciones de lluvia se utilizan neumáticos rayados, para poder evacuar el agua de la pista y evitar el acuaplaning.

Las medidas habituales para una moto de 125cc de gran premio son las siguientes:

- Delantero 95 / 70x17
- Trasero 115 / 70x17

Siendo el primer número la anchura del neumático en mm, el segundo es la altura del perfil y el tercero es el diámetro de la llanta en pulgadas.

En las siguientes fotografías podemos observar a la izquierda un juego de neumáticos de seco y a la izquierda un juego de neumáticos de lluvia.



Figura 2.3.2-2 Neumáticos de seco (izda.) y lluvia (dcha.).

Llantas

Las llantas son el elemento en el que se monta el neumático para completar el montaje de las ruedas.

En el caso de MotoStudent, este elemento es proporcionado por la organización.

En la actualidad, la tendencia para su fabricación es usar aleaciones de aluminio, magnesio o fibra de carbono con el fin de reducir la masa no suspendida y obtener así un mejor comportamiento dinámico, mejorando la adherencia.



Figura 2.3.2-3: Llantas de aluminio forjadas.

Chasis

El chasis o bastidor es uno de los elementos más importantes en lo que se refiere al comportamiento de una motocicleta. Ha de ser ligero, resistente y rígido.

Su función principal es servir de sujeción para el resto de elementos de la motocicleta: motor, basculante, subchasis...

En motos de gran premio de 125 cc, el chasis suele estar realizado en aluminio si es de doble viga, o en acero aleado si se trata de un chasis tubular.

El bastidor diseñado para la MotoStudent del equipo Moto-Maqlab UC3M es de tipo multitubular triangulado de acero aleado soldado mediante TIG, lo cual hace que este elemento tenga alta rigidez, buena eficiencia estructural, bajo coste, sencilla fabricación, aprovechamiento del motor como parte estructural y se adapte a la suspensión delantera alternativa.

Con este diseño, también conseguimos un mayor volumen libre para alojar el airbox y un correcto centrado de las masas.



Figura 2.3.2-4: Chasis

Subchasis

El subchasis es la estructura que se encuentra bajo el colín, donde se ubica el alojamiento para el piloto. Se trata de un elemento de escasa importancia a la hora de diseñar una motocicleta, lo único que hay que conseguir es que soporte el peso del piloto y que éste se encuentre en la posición adecuada.

Se suelen realizar de aluminio o acero, según el fabricante. Es muy típico en competición usar una estructura muy simple de tubos como subchasis.



Figura 2.3.4-5: Subchasis

Basculante

El basculante es el elemento que une la rueda trasera con el chasis, permitiendo movimiento relativo entre ambos. Se trata de un elemento importante en el comportamiento de la motocicleta, debido a que variando su dimensión conseguimos aumentar o disminuir la distancia entre ejes, por lo cual, como veremos más adelante, la moto se comporta de manera distinta.

Para la competición MotoStudent se eligió diseñar un basculante multitubular con el que se consiguieron las siguientes características: resistencia, ligereza, mismas prestaciones que las de un basculante con estructura de chapa de aluminio, unificación de la estética de la motocicleta al ser toda la estructura tubular y disminución de costes por tener una estructura similar a la de la suspensión delantera.

En la imagen podemos apreciar el componente anteriormente descrito.



Figura 2.3.2-6: Basculante.

Amortiguador de dirección

Cuando hablamos de motos de competición, este elemento es importante, ya que nos ayuda a conseguir que la dirección sea más estable. La función principal del amortiguador de dirección, es la de minimizar el efecto del modo de vibración conocido como wobble en el que nos centraremos en este proyecto.

Según el modelo de amortiguador los podemos encontrar con distintas regulaciones. En definitiva, lo que intenta es conseguir que la dirección sea un poco más dura, pero no excesivamente. Se trata de ajustarla para conseguir un buen comportamiento de la motocicleta en todo momento.

Hay que destacar que no todas las motocicletas tienen este elemento y que el prototipo del equipo Moto-Maqlab UC3M no lo incorpora. De todos modos, debemos conocer este elemento debido a su importancia en las vibraciones que van a estudiarse en el presente proyecto

En las imágenes se muestra el elemento y su ubicación en la motocicleta.



Figura 2.3.2-7: Amortiguador de dirección.

Sistema de escape

El sistema de escape es el encargado de conducir los gases de escape procedentes de la cámara de combustión hacia el exterior.

Los tubos de escape de competición para motos de 2t presentan una “panza” y un silenciador como se puede apreciar en la imagen. La forma de la primera parte del

sistema de escape no es arbitraria, sino que es así debido a que en ella se forman ondas que favorecen la circulación de los gases de escape.



Figura 2.3.2-8: Sistema de escape.

Carenado

Es el revestimiento realizado en fibra de vidrio, fibra de carbono, plástico u otro material que se adapta al chasis con fines aerodinámicos, estéticos y de seguridad.

En el carenado de una motocicleta de competición se distinguen cuatro partes:

- **Cúpula:** ocupa la parte superior delantera de la moto, incluye un parabrisas transparente, para que cuando se acople el piloto pueda tener visión.
- **Quilla:** se localiza en la parte inferior, entre las ruedas.
- **Laterales:** son los elementos de unión entre cúpula y quilla, para dar continuidad al carenado completo.
- **Colín:** es independiente del resto de partes del carenado. Ocupa la parte trasera de la motocicleta y va sujeto al subchasis.



Figura 2.3.2-9: Partes del carenado.

La transmisión

Es el mecanismo encargado de transmitir la potencia del motor a la rueda trasera.

Para que esa transmisión sea efectiva necesitaremos varios sistemas que la hagan posible:

- **La Transmisión Primaria:** Engloba todos los elementos que se encargan de transmitir el movimiento del cigüeñal al embrague. La transmisión primaria puede efectuarse mediante cadena o engranajes.

- **La transmisión secundaria:** Es aquella que lleva el movimiento desde el eje de salida de la caja de cambios al piñón de ataque y a la rueda trasera.

Puede ser de varios tipos (por cadena, por correa, transmisión directa, junta cardan). Actualmente, la totalidad de las motocicletas de 125cc de competición, utilizan un sistema de transmisión secundaria por cadena.

El sistema completo está formado por un piñón de ataque que va acoplado directamente a la salida de potencia mecánica del motor, la corona, la cual se encuentra fijada a la llanta trasera, y la cadena, que es el elemento que une a los dos anteriores para transmitir el movimiento a la rueda trasera.



Figura 2.3.2-10: Sistema de transmisión secundaria por cadena.

Suspensiones

La suspensión de una motocicleta es la encargada de mantener las ruedas en contacto con el suelo en todo momento, así como de procurar que las partes de la motocicleta que están ancladas a las ruedas, mantengan una trayectoria rectilínea con respecto al suelo. La suspensión delantera y trasera, aunque deban realizar una tarea semejante, tienen una configuración diferente.

- **Suspensión delantera:** El sistema más extendido es la horquilla telescópica, debido a que es relativamente barato y sencillo de fabricar. Este modelo tiene una serie de inconvenientes que son la falta de rigidez, el hundimiento que se produce en las frenadas, el acúñamiento y la fricción, por lo que para MotoStudent del equipo Moto-Maqlab UC3M decidió optar por un sistema diferente y crear una suspensión delantera alternativa de cuadrilátero articulado, concretamente está formada por una horquilla de que une la rueda delantera con los brazos de cuadrilátero articulado. Estos a su vez unen la horquilla con el chasis permitiendo su movimiento. Para que este mecanismo realice la función de una suspensión hay que colocar un amortiguador.

Con esta suspensión de paralelogramo con suspensión progresiva conseguimos las siguientes características: Manejabilidad comparable a la suspensión tradicional, Innovación frente al sistema de horquilla telescópica, ligereza y rigidez debido a la triangulación de elementos, progresividad, reglaje rápido y sencillo del ángulo de avance y de la distancia entre ejes, buena absorción de irregularidades del asfalto en frenada y paso por curva.

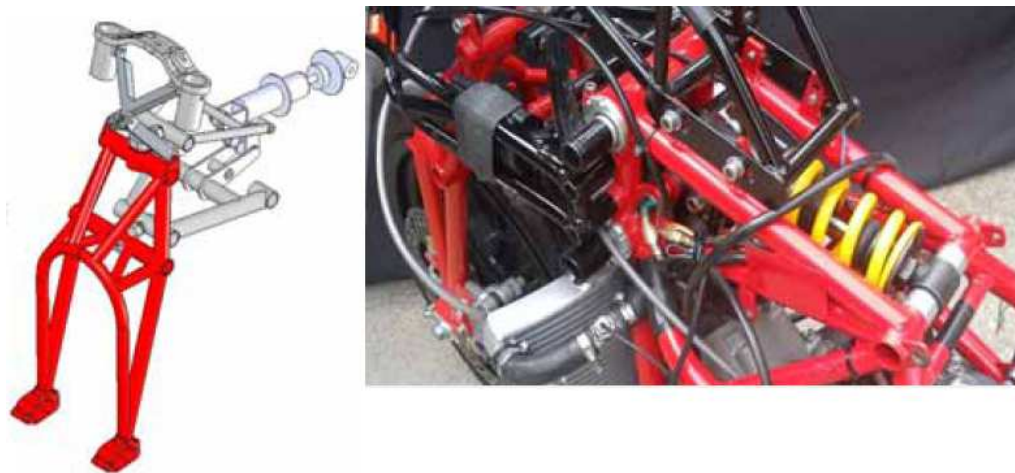


Figura 2.3.2-11: Suspensión delantera.

- **Suspensión trasera:** La suspensión trasera une el chasis con el basculante, y su principal finalidad es la de mantener la rueda trasera en contacto con el suelo, para poder aplicar tanto el par motor, como el par de frenada.

En la actualidad, todas las motocicletas de gran premio utilizan el sistema de mono amortiguador. Dicho sistema consta de un único elemento resorte-amortiguador conectado entre el chasis y el basculante.

Con el diseño de la suspensión trasera de la motocicleta del equipo MotoMaqlab UC3M se consiguió crear una suspensión progresiva y gracias a su ubicación en la parte inferior del motor conseguimos aprovechar al máximo el espacio, crear una suspensión compacta, centrar las masas debido a que está más próximo al motor y al centro de gravedad de la motocicleta y unir las suspensiones trasera y delantera con el mínimo número de elementos estructurales.



Figura 2.3.2-12: Suspensión trasera.

Sistema de dirección

Para la competición MotoStudent I, el equipo MotoMaqlab UC3M decidió diseñar un sistema de dirección de “compás”.

El sistema de dirección de “compás”, es un sistema formado por dos triángulos de dirección, los cuales son capaces de transmitir el par aplicado por el piloto en los semimanillares para lograr el giro de la rueda delantera.

En este caso existe un rodamiento entre la tija de la dirección y el chasis, permitiendo así el giro relativo entre ambos y como la tija de la dirección está unida a los triángulos

de la dirección conseguimos transmitir el giro a la horquilla y esta a su vez lo transmitirá a la rueda.

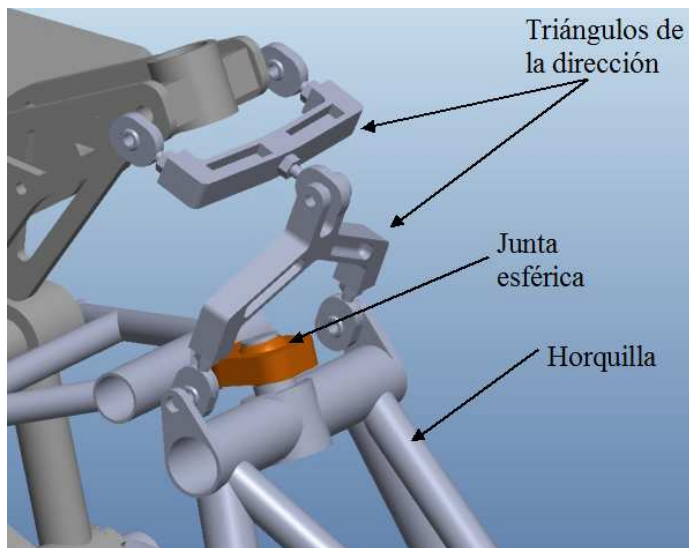


Figura 2.3.2-13: Componentes del sistema de dirección.

En la siguiente fotografía podemos observar este sistema de dirección en el prototipo construido para MotoStudent I del equipo Moto-Maqlab UC3M.

Se pueden apreciar los triángulos de dirección, los semimanillares, la tija y el anclaje del triángulo inferior a la horquilla.



Figura 2.3.2-14: Sistema de dirección.

En la siguiente tabla podemos ver la ficha técnica del prototipo creado para MotoStudent I con todos los valores de los elementos más relevantes anteriormente descritos:

Motor	
Tipo	2T monocilíndrico
Cilindrada	125 cc
Alimentación	Carburador
Transmisión	
Embrague	Multidisco baño de aceite
Cambio	5 velocidades
Transmisión secundaria	Cadena
Chasis	
Tipo	Multitubular acero
Basculante	Multitubular acero
Lanzamiento	20-26°
Avance	Ajustable
Suspensiones	
Delantera	Paralelogramos con suspensión progresiva
Recorrido amortiguador	100 mm.
Reglajes	Precarga del muelle
Trasera	Monoamortiguador progresivo
Reglajes	Precarga del muelle
Frenos	
Delantero	Disco de 300 mm.
Trasero	Disco de 180 mm.
Cifras	
Masa	95 Kg.
Depósito	10 litros
Distancia entre ejes	Entre 1150 y 1250 mm.
Longitud total	1800 mm.
Altura asiento	820 mm.

Tabla 2.3.2-1: Ficha técnica MotoStudent I.

2.4. COMPORTAMIENTO DE UNA MOTOCICLETA

2.4.1. GEOMETRÍA DE LA MOTOCICLETA.

El comportamiento de la motocicleta depende de un alto número de parámetros que combinados crean su personalidad. Igual que ocurre con los motores, hay combinaciones de estas variables que son más adecuadas para unos tipos de motocicletas que para otros y que definen su comportamiento.

Lo que se pretende con estos parámetros es encontrar un equilibrio entre estabilidad y control, los cuales son términos contradictorios ya que la estabilidad es la capacidad que tiene la motocicleta de mantenerse vertical y en ausencia de inestabilidades a cualquier velocidad mientras que el control es la capacidad para cambiar de dirección con el menor esfuerzo posible. Aunque pueden buscarse ambas cosas a la vez, el exceso de una implica la carencia de la otra.

A continuación se definen algunos de los parámetros más importantes de la geometría de la motocicleta y, por tanto, más influyentes en su comportamiento:

Distancia entre ejes

Es la distancia que hay entre los ejes de las ruedas, lo que nos da una idea de la longitud de la moto dinámicamente.

En marcha no importa lo larga que sea la motocicleta físicamente, lo importante es la distancia entre ejes. Cuanto mayor sea esta longitud, más estable será la motocicleta, y cuanto más corta, más fáciles serán los virajes.

Radio de las ruedas

A mayor radio de rueda se consigue más estabilidad, mientras que con ruedas de menor radio conseguimos mayor agilidad.

Hace unos años se intentaba llegar a un óptimo compromiso entre estabilidad y control haciendo motos con una elevada distancia entre ejes para conseguir estabilidad, y con ruedas de poco radio que le dieran agilidad y rapidez de respuesta. La evolución y el estudio han llevado a que la tendencia actual sea la contraria: ruedas de gran diámetro que den estabilidad, y una distancia entre ejes corta para conseguir la agilidad deseada.

Ancho de las ruedas

La evolución actual va ensanchando poco a poco las ruedas. Lo que se consigue así es un mayor agarre, que se traduce en seguridad y efectividad. Pero no se puede simplemente ensanchar las ruedas, ya que esto repercute directamente en la agilidad de la motocicleta. Montar neumáticos más anchos disminuye la agilidad de la motocicleta, además de necesitar un chasis más rígido.

Lanzamiento de horquilla (Rake / caster angle)

Es el ángulo que forma la dirección con la perpendicular al suelo. Cuanto mayor es este ángulo más estable es la motocicleta. Para conseguir agilidad el ángulo debe ser el menor posible sin sacrificar excesivamente la estabilidad.

Suele comprenderse entre los 20 y los 25° y suele ser fijo.

Avance (Trail)

Es la distancia horizontal entre el punto de contacto del neumático con el suelo y la extensión de la línea dibujada por la pipa de dirección hasta el suelo. Pequeñas variaciones en este parámetro pueden producir grandes cambios en el comportamiento de la motocicleta.

El objetivo principal de este parámetro es dotar a la motocicleta de cierta estabilidad en línea recta. El avance crea un momento estabilizador sobre la rueda delantera, por tanto, un avance mayor proporcionara un momento mayor, pero restará agilidad, en cambio un avance pequeño nos proporcionará un momento menor pero la motocicleta será más ágil.

Suele comprenderse entre los 80 y los 110 mm. Es generalmente variable y depende del diámetro de la rueda.

Offset

Es la distancia que hay entre el eje de la dirección y el eje de la rueda.

En muchas ocasiones se supone nulo para simplificar los cálculos.

Situación del centro de gravedad

En cualquier motocicleta se busca que el centro de gravedad se encuentre lo más bajo y centrado posible, de forma que el reparto de pesos entre las dos ruedas sea próximo al 50%. Según el uso puede ser conveniente adelantarlo, lo que provoca reacciones de subviraje pero aumenta el aplomo frontal. La motocicleta se vuelve en este caso algo "pesada" pero estable, propio de las motos tipo turismo. Si retrasamos el centro de gravedad se hacen más fáciles los cambios de dirección (sobreviraje) a costa de perder precisión y estabilidad.

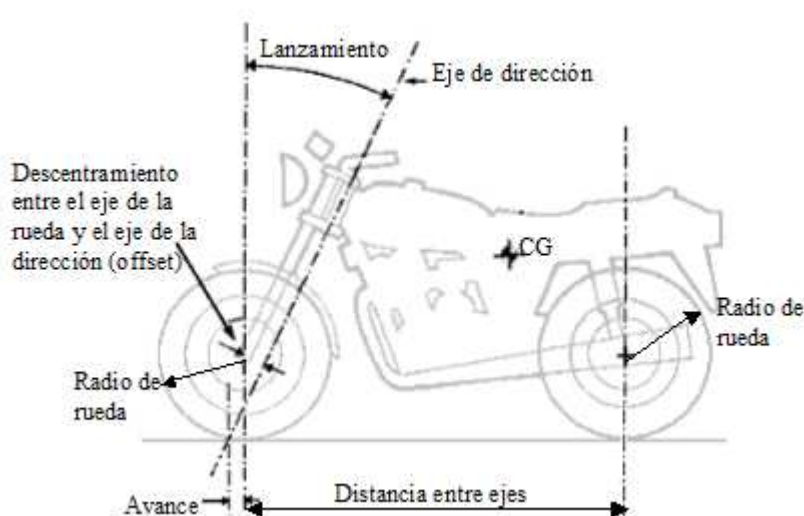


Figura 2.4.1-1: Parámetros geométricos de la motocicleta.

Parámetro	Consecuencias de aumentar el parámetro	Consecuencias de disminuir el parámetro	Valores característicos	Valores MotoStudent I
Distancia entre ejes	Mayor estabilidad	Mayor agilidad	1200 mm. aprox.	1150-1250 mm.
Ancho de rueda	Seguridad, efectividad	Mayor agilidad	95 y 115 mm.	95 y 115 mm.
Radio de rueda	Mayor estabilidad	Mayor agilidad	300 y 327 mm.	300 y 327 mm.
Lanzamiento (Rake)	Mayor estabilidad	Mayor agilidad	20-25°	20-26°
Avance (Trail)	Mayor estabilidad	Mayor agilidad	80-110 mm.	Ajustable
Centro de gravedad	Lo más bajo y centrado posible			

Tabla 2.4.1-1: Parámetros geométricos de la motocicleta.

2.4.2. EJES DE REFERENCIA

Para poder analizar el comportamiento de una motocicleta, debemos conocer los movimientos que ésta puede realizar.

Los ejes principales alrededor de los que puede rotar la motocicleta se muestran en la siguiente imagen. Nótese que el dibujo solo muestra la dirección de estos ejes, dibujados a través del centro de gravedad, la ubicación real de los mismos depende de diversos factores dinámicos.

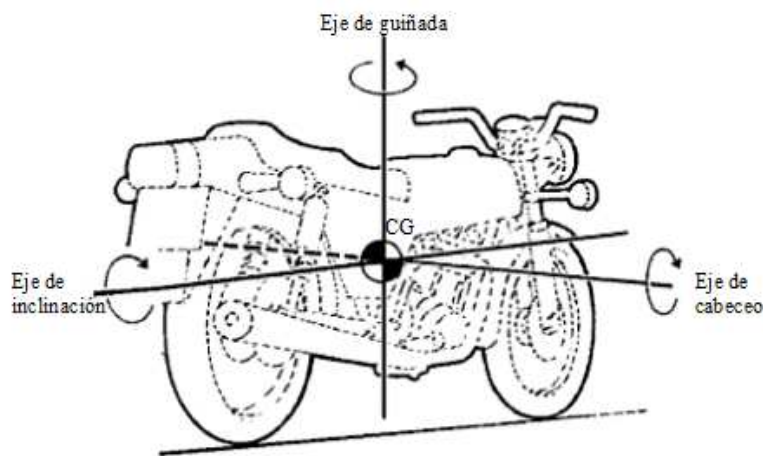


Figura 2.4.2-1: Ejes de referencia más usados.

Guiñada o viraje (yaw)

Este eje es vertical. Cuando la motocicleta gira en torno al eje de viraje, se puede decir que gira sobre sí misma y la rueda delantera mira a la izquierda o a la derecha.

Inclinación o balanceo (roll)

Eje horizontal sobre el que avanza la motocicleta. Es el que caracteriza el movimiento de la motocicleta cuando está dentro de una curva, pues la motocicleta se tumba, hacia el centro de la trayectoria circular. Si gira en torno a este eje, la motocicleta se puede inclinar hacia la derecha o hacia la izquierda.

Cabeceo (pitch)

Eje horizontal transversal que atraviesa de un lado a otro la motocicleta. Los movimientos en torno a este eje son los de inclinarse hacia delante o hacia detrás.

2.4.3. MECANISMOS DE CONTROL DE UNA MOTOCICLETA

Cuando conducimos una motocicleta debemos saber que existen dos mecanismos para cambiar de dirección, los cuales denominaremos mecanismos de control.

El primero de ellos y más importante es el par que se aplica en el manillar, considerando el piloto como un sólido rígido unido al chasis, de modo que se conduce la motocicleta aplicando un momento en la dirección que hace que se provoque un momento giroscópico, tumbando la motocicleta hacia el lado contrario al que giramos el manillar. En el segundo mecanismo, el piloto puede moverse respecto al chasis de la motocicleta, es decir, el piloto controla la motocicleta variando lateralmente el ángulo que su torso forma con la dirección vertical del chasis. Éste es menos importante pero muy útil, ya que permite realizar maniobras de forma rápida y precisa.

Es importante destacar que cuando conducimos una motocicleta los dos mecanismos de control trabajan juntos, para así poder trazar la trayectoria deseada.

Más adelante veremos en profundidad cómo afrontar un viraje.

2.4.4. FUERZAS EXTERNAS EN UN VIRAJE

El conjunto formado por la motocicleta y el piloto se encuentra sometido a las siguientes fuerzas al afrontar un viraje las cuales aparecen esquematizadas en la siguiente imagen.

Peso: Es la fuerza que intenta atraer la moto hacia el suelo por el efecto de la gravedad.

Fuerza centrífuga: Intenta sacar la moto de la curva, por el efecto de la velocidad.

Fuerza normal con el suelo

Fuerza lateral de los neumáticos

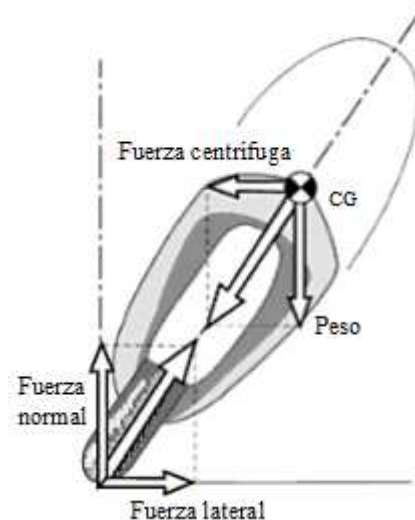


Figura 2.4.4-1: Fuerzas que actúan en la motocicleta.

Cuando una motocicleta traza una curva, lo que hace es inclinarse hacia el interior de la misma, siendo la fuerza centrífuga la que intenta sacarla de la curva, pero viéndose contrarrestada por el peso del conjunto piloto-motocicleta que la anula para así poder tomar la curva correctamente.

Un aspecto muy importante a la hora de trazar un viraje a alta velocidad es conocer dónde está el límite de inclinación que podemos llegar a alcanzar, ya que es obvio que cuanto más tumbamos la moto más forzamos el agarre de los neumáticos hasta llegar a un punto que este puede anularse y sufrir una caída. Para ello lo que normalmente se hace en pista es la técnica de “descolgarse”, que consiste en variar el centro de gravedad del conjunto mediante el movimiento de nuestro cuerpo, sacando la cadera hacia el interior de la curva. Así necesitamos una menor inclinación y conseguimos un paso por curva seguro y a elevada velocidad.

2.4.5. EQUILIBRIO EN LA MOTOCICLETA.

Las motocicletas carecen de equilibrio estático inherente. Una vez que se alcanza cierta velocidad, la motocicleta se mantiene en equilibrio.

Existen dos casos diferenciados en el proceso de equilibrio: uno que tiene lugar a baja velocidad y otro que se produce a velocidades más elevadas. A velocidades muy bajas es necesario mover el manillar de lado a lado y mantenerse derecho.

Si el centro de gravedad combinado de la motocicleta y el piloto se encuentra sobre la línea que une las huellas de contacto de los neumáticos delantero y trasero tenemos equilibrio aunque se trata de una situación inestable. Cualquier pequeña distorsión es suficiente para que el centro de gravedad se desplace hacia un lado y se pierda el equilibrio

Esto se puede evitar mediante dos métodos distintos o la combinación de ambos, el primer método consiste en mover la línea que une las huellas de contacto de los dos neumáticos hasta que vuelvan a estar debajo del centro de gravedad. Podemos girar el manillar para conseguir mover hacia donde necesitamos dicha alineación.

La segunda forma de mantener el equilibrio circulando a baja velocidad consiste en mover el centro de gravedad combinado de la motocicleta y el piloto para que se sitúe sobre la línea que une las huellas de contacto de los neumáticos. Si la motocicleta está quieta, lo podemos mover un poco girando el manillar, ya que debido al avance de la rueda delantera conforme vayamos girando el manillar la línea central de la motocicleta se moverá hacia el interior con respecto de las huellas de contacto de los neumáticos.

Algunos parámetros de la motocicleta también pueden favorecer el equilibrio:

- Centro de gravedad bajo
- Avance elevado
- Ángulo de lanzamiento pequeño.

El proceso de equilibrio a velocidades mayores es más complejo, pero también es mucho más automático y es independiente de la habilidad del piloto.

Sabemos que una rueda que gira tiene un eje de rotación estable debido a la conservación del momento angular, esto es, tiende a mantener su plano de rotación y tenemos que aplicar un par para variar ese momento angular. Si el par se aplica alrededor de un eje que forme un ángulo recto con el eje de rotación la variación de momento angular se manifestará en forma de variación de velocidad angular alrededor de un tercer eje perpendicular a los dos anteriores, esto se conoce como precesión giroscópica y se muestra en la siguiente imagen.

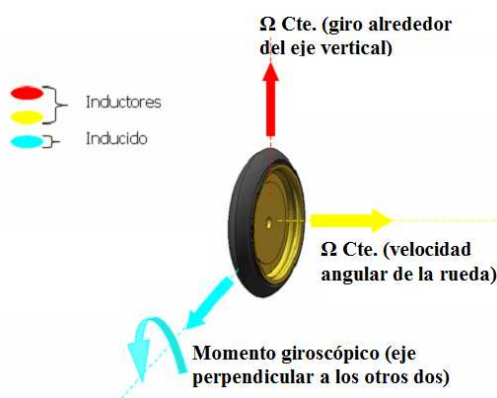


Figura 2.4.5-1: Efecto giroscópico

Aplicado a una motocicleta, esto significa que cuando nos inclinamos para tomar una curva existirá una velocidad de inclinación que deberá ir acompañada de su par

correspondiente en el eje de la dirección. Éste efecto es proporcional a la velocidad de rotación de la rueda y por tanto tiene mayor importancia cuando se circula a alta velocidad. El objeto ideal para demostrar estas leyes es una peonza, que es capaz de mantener el equilibrio alrededor de un punto cuando gira rápido, pero que pierde el equilibrio cuando gira despacio o está quieta.

Vamos a estudiar cómo estas y otras fuerzas ayudan a que la motocicleta se mantenga en equilibrio siguiendo una trayectoria relativamente recta sin ayuda por parte del piloto. Supongamos que la moto está circulando a una velocidad normal, y comienza a inclinarse hacia la izquierda debido a alguna influencia externa. Tal y como hemos visto, la precesión giroscópica de la rueda delantera tenderá a girar hacia la izquierda. También el avance producirá cierto giro hacia la izquierda cuando la motocicleta se incline hacia ese lado. Todo esto hará que la moto comience a girar hacia la izquierda, de forma que aparecerá una fuerza centrífuga hacia la derecha que se opondrá a que la motocicleta se incline intentando que vuelva a su posición vertical. Así, las reacciones giroscópicas hacen que la dirección tienda a girar hasta que la moto vuelva a ponerse recta. En la práctica, al circular en línea recta se va produciendo de forma continua una serie de giros de corrección para que la moto se mantenga en equilibrio. Si pudiéramos ver las trayectorias reales que tienen las líneas centrales de las ruedas, veríamos que la trayectoria de la rueda delantera va cruzando continuamente la de la trasera.

En la explicación anterior, solamente hemos considerado estos efectos en la rueda delantera, pero los efectos giroscópicos y las fuerzas de la dirección actúan también sobre la rueda trasera aunque es mucho más difícil girar la rueda trasera de forma independiente, ya que la moto entera debería tener un movimiento de guiñada en lugar de solo la rueda y la horquilla. Por este motivo, la contribución de la rueda trasera en el efecto de autoequilibrado es muy pequeña.

Hasta ahora hemos considerado el equilibrio al circular en línea recta pero está claro que también deben existir otros factores que trabajen para que el equilibrio se siga manteniendo cuando tomamos una curva como veremos a continuación.

2.4.6. CURVAS.

Nuestro próximo problema son las curvas y, desde el punto de vista del análisis, podemos dividir este caso en dos fases principales: el inicio del giro y el mantenimiento del giro.

El mantenimiento del giro.

Vamos a ver primero esta fase ya que es más sencilla de analizar. No es factible tomar una curva manteniendo la motocicleta derecha, como haríamos por ejemplo con un coche o una moto con sidecar debido a que la fuerza centrípeta generada por los neumáticos haría que la moto se cayera hacia el exterior de la curva. Así pues, debemos inclinar la moto hacia el interior de la curva de forma que esta tendencia se vea contrarrestada por el peso de la moto que tiende a hacer que la moto se caiga hacia el interior. El equilibrio se consigue cuando el ángulo de inclinación alcanza un valor suficiente como para equilibrar los dos momentos, uno debido a la fuerza centrífuga actuando hacia el exterior y el otro debido a la fuerza de la gravedad actuando hacia el interior de la curva.

El ángulo real de la inclinación depende de la aceleración normal, que en una curva depende del radio de la curva y de la velocidad de la moto. El ángulo de inclinación es aquel en el que la resultante de las dos fuerzas pasa a través de la línea que une las huellas de contacto de ambos neumáticos.

Existe un efecto secundario que también influye en el ángulo de la inclinación: la precesión giroscópica proveniente del giro de las ruedas y de las partes rotantes del motor alrededor del centro de la curva, necesita equilibrarse con un momento que tiene lugar alrededor del eje longitudinal de la moto y que tiende a levantarla, este momento debe contrarrestarse con un ángulo de inclinación mayor de aproximadamente 1° más por cada G de la aceleración normal.

El inicio de la curva.

Si intentamos girar el manillar en la dirección que queremos ir, la fuerza centrípeta del neumático y la precesión giroscópica de la rueda delantera harán que la moto se incline hacia el exterior de la curva. En cambio, si giramos momentáneamente el manillar en el

sentido contrario, la fuerza centrípeta del neumático y las reacciones giroscópicas harán que la motocicleta se incline hacia el lado correcto.

En este caso existen cuatro aspectos principales a tener en cuenta:

- Si giramos el manillar hacia la derecha, la moto comenzará a girar hacia la derecha y al igual que ocurre con un coche, la fuerza centrípeta que actúa en los neumáticos hará que la motocicleta se incline hacia la izquierda. Esta es la mayor influencia que existe a la hora de inclinar la moto.
- Como ya hemos visto, éste giro del manillar también producirá cierta precesión que tenderá a inclinar la moto a la izquierda. Éste efecto es pequeño cuando las ruedas están en contacto con el suelo.
- Inicialmente, la gravedad aumentará la tendencia de la motocicleta a inclinarse, pero este efecto va siendo menos importante conforme la fuerza centrípeta que aparece en los neumáticos va aumentando su valor hasta equilibrar el momento gravitacional completamente cuando la motocicleta alcanza un estado estacionario de inclinación en curva.
- La velocidad de inclinación de la motocicleta hace que aumente el momento giroscópico que se opone al contramanillar que el piloto hace inicialmente, de forma que la rueda termina girando hacia el interior de la curva. Este momento giroscópico es opuesto al par que el piloto aplica al manillar y de hecho contrarresta gran parte del par que aplica el piloto haciendo que los cambios de dirección sean menos rápidos. Pero sin esta “respuesta negativa” la moto sería mucho más inestable y mucho más difícil de controlar.

Estas fuerzas también actuarán sobre la rueda trasera, que al estar anclada de forma rígida al cuerpo principal de la moto, tiende a hacer que la moto tenga un movimiento de guiñada hacia el interior de la curva. De todas formas, éste efecto es secundario con respecto al efecto que se produce en la rueda delantera. El avance y el ángulo de lanzamiento también ayudan a que la moto gire según va aumentando el ángulo de inclinación. Cuando se llega al ángulo de inclinación adecuado entran en funcionamiento los procesos para mantener el equilibrio que ya hemos descrito, y que ayudan a que la motocicleta siga la trayectoria que hayamos elegido.

Hemos visto que podemos iniciar la entrada en una curva girando el manillar por un momento en la dirección “equivocada” esto es lo que se llama contramanillar. La gran mayoría de pilotos hacen esto de manera totalmente inconsciente. En las carreras, los pilotos a menudo hacen contramanillar de forma deliberada para conseguir que la moto tenga una gran velocidad de inclinación.

De todas formas, el contramanillar no explica por qué también podemos tomar una curva “sin manos”. Hay que decir que aunque esto es posible, es mucho más difícil. Vamos a ver qué ocurre cuando intentamos tomar una curva sin poder girar el manillar: Como no tenemos nada sólido contra lo que empujar, la única forma que tenemos de inclinar la moto es empujándola con la inercia de nuestro propio cuerpo. Para inclinar la moto hacia la izquierda debemos mover antes el cuerpo hacia la derecha. La inclinación de la moto hacia la izquierda generará fuerzas de comba en los neumáticos que tenderán a inclinar a la moto y al piloto hacia la derecha, esta inclinación volverá a generar un momento giroscópico alrededor del eje de dirección que ayudará a garantizar un equilibrio correcto. La inclinación inicial de la motocicleta a la izquierda puede considerarse como una “contra-inclinación” similar al contramanillar que hacemos al girar normalmente el manillar con las manos. Cualquiera que haya intentado cambiar de dirección sin manos sabrá que se tiene menos control sobre la moto si únicamente podemos disponer del movimiento de nuestro cuerpo. El contramanillar produce una respuesta mucho mayor y un control mucho más preciso.

Así pues, tenemos dos formas posibles de iniciar una curva y es interesante hacer notar que en ambos casos (inclinándonos y haciendo contramanillar) nuestro esfuerzo físico es en el sentido opuesto al que parecería natural. Cuando aprendemos nos adaptamos muy rápido y la acción necesaria se convierte en algo automático. Son estas acciones “inversas” las que requieren que aprendamos a pilotar al principio. Estas acciones son claramente contraintuitivas. Cuando estamos aprendiendo avanzamos con un bamboleo descontrolado hasta que nuestro subconsciente entiende que la forma correcta de conducir es haciendo contramanillar y contra-inclinación. Una vez que el cerebro ha aprendido esto se vuelve algo instintivo y ya no lo olvidamos nunca. Podemos volver a montar en moto después de mucho tiempo, sin necesidad de volver a aprender el arte de mantener el equilibrio y tomar las curvas.

En la práctica combinamos ambos métodos de manera subconsciente, actuando sobre el manillar y también moviendo un poco el cuerpo. La proporción en que se combinan ambos métodos depende en parte del estilo de conducción en parte también de la velocidad y de las características de la moto. Por ejemplo, una motocicleta pesada que tenga unas ruedas ligeras y que circule a baja velocidad necesita una técnica diferente que una motocicleta ligera con unas ruedas pesadas circulando a elevada velocidad. El tacto que proporcionan es muy distinto.

2.4.7. TRANSFERENCIA DE PESO

La transferencia de peso es un fenómeno de gran influencia en el comportamiento dinámico de la motocicleta.

Cuando frenamos, debido a la inercia, lo que ocurre es que aumenta la carga en el tren delantero, pudiendo llegar a perder el contacto del neumático trasero con el asfalto.

De manera análoga, al acelerar se produce una transferencia de peso hacia la rueda trasera, lo que se traduce en un aumento de tracción, posibilitando la aplicación de un par mayor sin existencia de deslizamiento.



Figura 2.4.7-1: Transferencia de pesos en frenada (izda.) y en aceleración (dcha.).

Si se aplican las ecuaciones de equilibrio al vehículo entero, se podrá obtener una expresión para calcular la transferencia de carga sobre las ruedas.

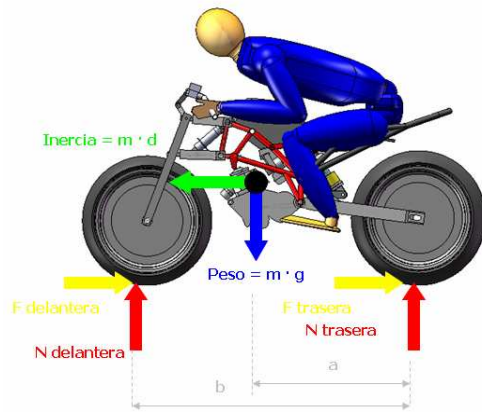


Figura 2.4.7-2: Esquema de fuerzas en fase de frenado.

Equilibrio de fuerzas horizontales: La fuerza de deceleración inercial (m : masa del conjunto, d : deceleración) es igual a la suma de las fuerzas de frenado en cada rueda (FD: fuerza de frenado de la rueda delantera; FT: fuerza de frenado de la trasera).

$$m \cdot d = F_D + F_T$$

Equilibrio de fuerzas verticales: El peso ($m \cdot g$) es igual a la suma de las reacciones verticales producidas por la carga sobre cada rueda (ND: reacción de la rueda delantera; NT: reacción de la rueda trasera).

$$m \cdot g = N_D + N_T$$

Sumatorio de momentos en el centro de gravedad: ($F = F_D + F_T$; h : altura del centro de gravedad; a : distancia del centro de gravedad a la rueda trasera; b : distancia entre ejes).

$$-F \cdot h - N_T \cdot a + N_D(b - a) = 0$$

Con estas ecuaciones obtenemos que la carga dinámica sobre cada rueda es:

Rueda delantera:

$$N_D = m \cdot g \cdot \frac{a}{b} + F \cdot \frac{h}{b}$$

Rueda trasera:

$$N_T = m \cdot g \cdot \frac{(b - a)}{b} - F \cdot \frac{h}{b}$$

La transferencia de carga $F \cdot \frac{h}{b}$ es proporcional a la fuerza total de frenado y a la altura del centro de gravedad e inversamente proporcional a la distancia entre ruedas.

Con la intención de evitar el deslizamiento de los neumáticos durante la fase de frenado, la fuerza de frenado no debe exceder el producto entre la carga dinámica sobre el neumático y el coeficiente de adherencia relativo. Este producto es la máxima fuerza aplicable para la condición de límite de adherencia de los neumáticos.

Para el caso de aceleración, el procedimiento a seguir es el mismo. Cabe destacar que la fuerza de inercia y las fuerzas de frenado tendrían sentidos opuestos en el diagrama de fuerzas.

Las ecuaciones vistas son unas ecuaciones simplificadas en las que las cotas de la motocicleta “b”, “a” y “h” (las cuales pueden verse en la Figura 2.4.7-2) permanecen constantes. En la realidad estas distancias varían debido a la extensión-compresión de las suspensiones.

3 Vibraciones.

3.1 FUNDAMENTOS DEL ANÁLISIS DE VIBRACIONES:

Para conocer mejor el concepto de vibración, se exponen a continuación sus fundamentos mecánicos y unidades de medida, que nos permitirán determinar la naturaleza del problema y su severidad.

En la siguiente tabla se muestran los símbolos utilizados en el presente capítulo y su significado.

Símbolo	Significado
f	Frecuencia
T	Periodo
A	Amplitud
x	Desplazamiento
v	Velocidad
a	Aceleración
f_n	Frecuencia natural o de resonancia
v_c	Velocidad crítica
C	Amortiguación
w	Pulsación
k	Rigidez
M	Masa
b	Factor de amortiguamiento
C_{cr}	Amortiguamiento crítico
b_{cr}	Pulsación natural amortiguada
w_a	Pulsación natural
w_o	Pulsación natural
f_a	Frecuencia natural amortiguada

3.1-1: Símbolos utilizados

Frecuencia

La frecuencia es el número de veces que un evento se repite por unidad de tiempo. Aplicado al análisis de vibraciones, podríamos definir frecuencia como el número de ciclos que se repite por unidad de tiempo. Es exactamente el valor inverso al periodo. En el análisis espectral, la frecuencia es el parámetro representado en el eje horizontal (abscisas) y nos va a permitir identificar la causa de la vibración, es decir, nos va a permitir determinar si el problema mecánico es un desequilibrio, una desalineación, una holgura, defecto en los rodamientos etc.

La frecuencia se expresa en Hercios (Hz)

Periodo

Es el tiempo que se invierte en realizar un ciclo vibratorio completo. Las unidades en las que se expresa son unidades de tiempo (segundos).

Amplitud

La amplitud es la intensidad o magnitud de la vibración, y es indicativa de la severidad de la misma. La amplitud puede expresarse como:

- Desplazamiento (Micras P-P) es la magnitud más adecuada para bajas frecuencias (típicamente hasta 10 Hz), donde las aceleraciones son bajas. La función que expresa analíticamente el valor del desplazamiento en un movimiento armónico simple es la siguiente $X = x \cdot \text{sen}(wt)$
- Velocidad: Es la magnitud más adecuada para un rango medio de frecuencias (típicamente entre 10 y 1000 Hz), donde se suelen presentar la mayor parte de los problemas mecánicos. Su expresión analítica para el movimiento armónico puro es la siguiente: $v = \frac{dx}{dt} = wx \cdot \cos wt = wx \cdot \text{sen}(wt + \frac{\pi}{2})$

Las unidades de velocidad son las más utilizadas ya que su rango de respuesta lineal en frecuencia es donde se manifiestan las vibraciones.

- Aceleración: Esta magnitud se utiliza para la medida a altas frecuencias (típicamente por encima de 1000 Hz), donde los cambios de velocidad son muy grandes. $a = \frac{d}{dt}(\frac{dx}{dt}) = w^2 x \cdot \text{sen}wt = w^2 x \cdot \text{sen}(wt + \pi)$

Conviene tener claro que cada una de estas tres magnitudes puede a su vez expresarse de distintas formas: Pico (P), Pico-Pico (P-P), RMS. Tal y como muestra la figura siguiente:

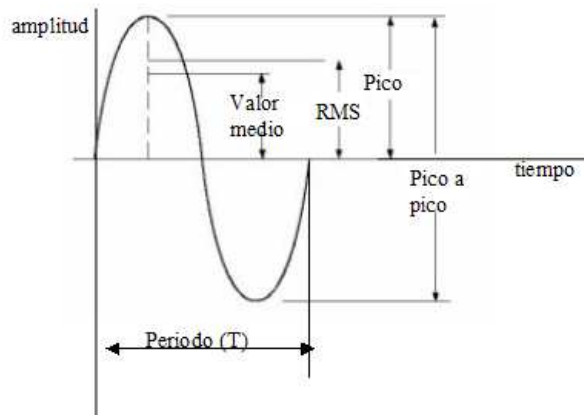


Figura 3.1-1: Formas de representación de la amplitud en una onda.

En una onda senoidal simple tendremos que:

$RMS=0,707P$, siendo RMS el valor eficaz y P el valor pico

$AVG=0,637P$, siendo AVG el valor promedio

$P-P=2P$, siendo P-P el valor pico a pico

Estos valores se relacionan matemáticamente así:

$$AVG = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |x| dt \qquad RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T x^2(t) dt}$$

Comportamiento frecuencial de aceleración, velocidad y desplazamiento

Las unidades de amplitud seleccionadas para expresar cada medida dependen de la claridad para manifestar los fenómenos vibratorios en cada rango de frecuencias. Así, el desplazamiento muestra sus mayores amplitudes en bajas frecuencias (típicamente por debajo de 10 Hz), la velocidad lo hace en un rango intermedio de frecuencias (entre 10 y 1000 Hz), y la aceleración se manifiesta mejor a altas frecuencias (por encima de 1000 Hz).

Nivel global de vibración

En los conceptos preliminares definidos se hace referencia a una onda senoidal, pero en la realidad industrial nos encontramos en la mayoría de los casos con ondas más complejas excepto en los problemas de desequilibrio puro. Cuando valoremos la amplitud de dicha onda, se hará según el nivel global de vibración, que cuantificará el valor de la señal vibratoria para todo el rango frecuencial seleccionado.

Los aparatos que solamente miden el nivel global de vibración (vibrómetros) no pueden desglosar o descomponer frecuencialmente la señal.

Severidad de vibración

Según las normas internacionales ISO 2372, 3945, y otras similares, se denomina severidad de vibración al valor eficaz o RMS de la amplitud de vibración en velocidad (mm/s), en rango frecuencial entre 10 y 1000 Hz.

3.2 RESONANCIA

Los siguientes conceptos están directamente relacionados con el fenómeno de resonancia:

Frecuencia natural o de resonancia de un sistema

Es aquella frecuencia que tiene querencia natural o facilidad para vibrar. Todo sistema posee una o varias frecuencias naturales de forma que al ser excitadas se producirá un aumento importante de vibración que puede provocar su rotura.

Velocidad crítica

Es la frecuencia natural asociada a elementos rotativos (rotores). Si la velocidad crítica de un rotor está por debajo de su velocidad de operación, durante su arranque o paro se autoexcitará, originando un considerable aumento de vibración. Por otro lado si la velocidad de funcionamiento de la máquina está por encima de su velocidad crítica, durante los procesos de arranque y paro este fenómeno no se producirá.

Amortiguación

Es la capacidad interna de todo sistema para disipar la energía vibratoria. El valor “c” puede variar entre 0 y 1. Si $c=0$ nos indicaría un sistema no amortiguado y al pasar por su velocidad crítica se romperá. Algunos valores de amortiguación más conocidos son:

c acero=0,001

c caucho= 0,05

c película de aceite cojinetes hidrodinámicamente lubricados = entre 0,1 y 1.

Características de una vibración periódica

Frecuencia: nº de oscilaciones completas por unidad de tiempo.

Periodo: Duración de una oscilación completa.

Pulsación. $w = 2 \cdot \pi \cdot n = \frac{2 \cdot \pi}{T}$

Amplitud máxima: es la diferencia máxima con respecto a la posición de equilibrio en cada oscilación. En régimen permanente la amplitud máxima de esta oscilación permanece constante.

Vibración senoidal: $x = A \cdot \sin wt$

Amplitud máxima: A

Amplitud instantánea $x = A \sin wt$

Velocidad máxima $V = Aw$

Velocidad instantánea $v = A w \cos wt$

Aceleración máxima $a_{max} = -Aw^2$

Aceleración instantánea $a = -Aw^2 \sin wt$

Factores que afectan a la frecuencia natural de un sistema

La frecuencia natural de un sistema depende de la masa, la rigidez y la amortiguación.

Debemos tener en cuenta que cada masa del sistema tiene una frecuencia de resonancia y que si el sistema estuviera formado por varias masas tendría varias frecuencias de resonancia.

Para determinar cómo influyen estos parámetros en la frecuencia natural vamos a considerar un sistema muelle con un solo grado de libertad, tal y como aparece reflejado en la figura:

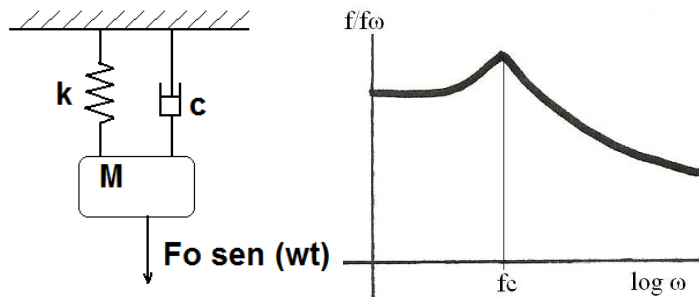


Figura 3.2-1: sistema masa-muelle con amortiguación (izda.) y gráfica de la frecuencia crítica (dcha.).

El análisis de fuerzas del sistema sería:

Muelle: $-kx$

Amortiguador: $-c(dx/dt)$

Externa: $F_0 \sin(\omega t)$

Considerando el movimiento libre, sin amortiguamiento obtenemos una frecuencia

$$\text{natural } f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$$

En cambio, si el movimiento es libre con amortiguamiento, la máquina oscilará alrededor de su posición de equilibrio eventual según una ley sinoidal amortiguada y tendremos que: $C_{cr} = 2\sqrt{Km} = 2m\omega_0$

$C/C_r = b$ (factor de amortiguamiento), siendo su valor crítico $b_{cr} = 1$

Si partimos de una suspensión no amortiguada y aumentamos progresivamente su amortiguación (permaneciendo constantes la masa y la rigidez) se observa que las amplitudes de las oscilaciones libres, a partir de una diferencia determinada, disminuyen cada vez más. Se llama “amortiguación crítica” al valor del factor de amortiguamiento cuya vuelta a la posición de equilibrio se realiza de una manera asintótica, sin oscilación. $w_a = w_o \sqrt{1-b^2}$

Por tanto: Frecuencia natural amortiguada = $f_a = f_n \sqrt{1-b^2}$

Luego la frecuencia natural disminuye cuando aumenta el factor de amortiguación. Por tanto, si b es muy pequeño, $w_a = w_o$. Esto ocurre en los sistemas con bajos amortiguamientos.

Si b es menor que 1, pero próximo a la unidad, se producirán algunas oscilaciones antes de obtenerse una apreciable atenuación de la amplitud de la oscilación. La figura 3.2-3-a, b, c y d representan el movimiento para distintos valores de b de menor a mayor. La figura 3.2-2- d corresponde a un valor de $b=1$.

Si b es mayor que 1, representa una condición de sobreamortiguamiento del sistema mecánico considerado. En estas condiciones no existe movimiento oscilatorio. La representación de este movimiento está indicada en la figura 3.2-2-e. Para $b = \infty$ $x = \text{cte}$, por tanto la representación será una recta paralela al eje horizontal.

En los sistemas corrientemente empleados en la práctica, b suele ser menor de 0,1 y esto conduce a que se pueda tomar sin gran error $T_a = T_o$, $w_a = w_o$, lo que quiere decir que el amortiguamiento ejerce poca influencia sobre la forma de movimiento.

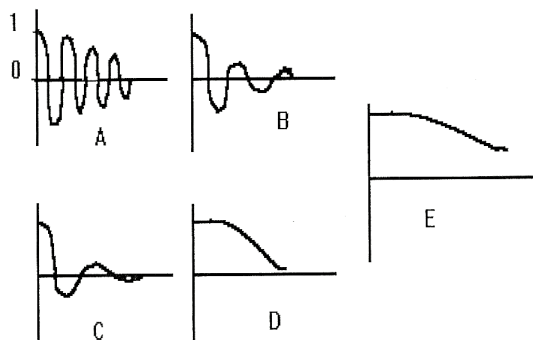


Figura 3.2-2: Comportamientos dependiendo del amortiguamiento.

Tipos de resonancia

A la hora de realizar una clasificación de la resonancia, distinguiremos dos tipos:

- **Resonancia estructural:** está asociada a las partes no rotativas de la máquina (bancadas, estructuras, tuberías etc.) esta resonancia puede ser excitada por frecuencias asociadas a elementos rotativos de la maquinaria o a elementos externos. Las frecuencias de excitación externas se pueden transmitir a través de tuberías, estructuras de construcción, cimentación etc.
- **La resonancia de equilibrio:** está asociada a la frecuencia natural de los rotores de una máquina. A estas frecuencias naturales o de resonancia de un rotor se denominan velocidades críticas. Cuando la velocidad de un elemento rotativo se aproxima a su velocidad crítica se produce un aumento importante de los niveles de vibración, mientras que si la máquina se aleja de su velocidad crítica se produce un descenso de la vibración. Este fenómeno es muy normal que se produzca en turbomáquinas (suelen tener una o varias velocidades críticas por debajo de la velocidad de trabajo), durante arranques y paradas ya que en su aceleración o deceleración pasan una o varias veces por su frecuencia de resonancia. A veces puede ocurrir que la velocidad crítica está muy próxima o coincida con la velocidad de operación originando una amplificación considerable de vibración. A este fenómeno se le denomina “resonancia armónica”.

Métodos para reducir la vibración por resonancia

Una vez detectada la resonancia se nos plantea el problema de su corrección, para lo que tendremos que tener en cuenta diversos factores: económicos, tiempo, comodidad, efectividad, medios, etc. Entre los métodos más utilizados destacamos los tres siguientes:

- **Aislar o desintonizar la parte resonante:** Cuando una parte de un sistema está resonando, como por ejemplo una tubería o un perfil de una estructura, se ha comprobado que desintonizando o aislando la parte resonante de la fuente que está excitando la vibración se producirá, en la mayoría de los casos, una disminución de la vibración, no solamente en la parte resonante sino también en

el resto del sistema. Para desintonizar las partes resonantes suelen utilizarse aisladores de vibraciones (de caucho, plástico o metal) con el objeto de reducir al máximo la energía de la fuente de excitación transmitida a la parte resonante.

- **Actuar sobre la fuente que excita la frecuencia natural para reducir la energía de excitación:** Para que el fenómeno de resonancia se produzca es necesaria una fuente de vibración interna o externa al sistema que excite sus frecuencias naturales. Esta fuente de excitación puede tener su origen en cualquier problema mecánico (desequilibrios de rotores, desalineaciones, holguras etc.) que transmiten su energía amplificándose considerablemente en las zonas donde las frecuencias de resonancia están próximas a las frecuencias excitadoras. Si se reduce la energía de excitación, automáticamente se reducirá el nivel de vibración, por lo que corrigiendo los defectos mecánicos excitadores se paliará en parte o totalmente la excesiva vibración resonante. En otros casos, y siempre que sea viable, se pueden obtener buenos resultados modificando las frecuencias de funcionamiento de la fuente, de forma que salgan de los rangos de frecuencia resonante de la parte del sistema que está vibrando.
- **Modificar las frecuencias naturales del sistema resonante:** Éste método consiste en modificar el diseño del sistema con el propósito de variar sus frecuencias de resonancia. Sabemos que los tres factores que afectan a la frecuencia natural de un sistema son la masa, la rigidez y la amortiguación. Modificando uno o varios de estos factores modificaremos las frecuencias naturales del sistema.

Entre los métodos para analizar estas modificaciones de diseño destacamos el análisis ODS y el análisis modal. Estos dos métodos requieren programas informáticos especiales y personal con alto grado de cualificación.

3.3 VIBRACIONES AUTOEXCITADAS.

En los sistemas autoexcitados una entrada constante produce una salida periódica. La fuente de energía es controlada por las características internas del sistema. Las vibraciones pueden existir para los sistemas autónomos sin excitaciones dependientes del tiempo y el movimiento y no dependientes a las condiciones iniciales, sino de los

parámetros del sistema. Las vibraciones autoexcitadas pueden ocurrir si tiene acceso a una reserva externa de energía a diferencia de las vibraciones forzadas donde el ritmo de la excitación es establecido, aquí el sistema autoexcitado determina el ritmo de la transferencia de energía dentro del sistema. El sistema se autoexcita. Toma tanta energía como necesita para mantener la vibración si el sistema deja de alimentarse de energía la vibración en el sistema desaparece. Esta clase de vibración es representada por los ciclos de límite en el plano de la fase. Si más energía por ciclo fluye dentro del sistema que la energía que es disipada debido a la fricción entonces la vibración inestable puede ocurrir conduciendo un fuerte incremento de las amplitudes.

Si el ciclo de límite es estable entonces la autoexcitación se llama suave, por otra parte, si el ciclo de límite es inestable la autoexcitación se llama dura o catastrófica.

Otra manera de analizar el concepto de vibración autoexcitada es definiendo una vibración autoexcitada con una vibración libre con amortiguamiento negativo. Una fuerza de amortiguamiento viscoso positivo es una fuerza proporcional a la velocidad de la vibración y opuesta. Una fuerza de amortiguamiento negativo es también proporcional a la velocidad pero tiene la misma dirección que la velocidad. En lugar de disminuir las amplitudes de la vibración libre, el amortiguamiento negativo las aumentará.

Un sistema con amortiguamiento positivo se puede decir algunas veces que es dinámicamente estable mientras que en un amortiguamiento negativo se puede decir que es dinámicamente inestable. Hay una diferencia entre la estabilidad estática y dinámica. Un sistema mecánico es estáticamente estable si existe un desplazamiento de la posición de equilibrio y una fuerza (o par) es aplicada para regresar al sistema de nuevo a la posición de equilibrio. Es estáticamente inestable si la fuerza aplicada tiende a aumentar el desplazamiento. Por lo tanto, la inestabilidad estática significa una constante negativa de un resorte o más generalmente un valor negativo de una de las frecuencias naturales.

Con respecto a la frecuencia de la vibración autoexcitada, podemos decir que la mayoría de los casos prácticos la fuerza de amortiguamiento negativa es muy pequeña en comparación a la fuerza elástica y de inercia del movimiento. Si la fuerza de amortiguamiento fuera cero, la frecuencia sería la frecuencia natural. Una fuerza de amortiguamiento, sea positiva o negativa disminuye la frecuencia natural un poco. Sin

embargo, para la mayoría de los casos prácticos en ingeniería mecánica esta diferencia es insignificante, de modo que la frecuencia de la vibración autoexcitada es la misma que la de la frecuencia natural del sistema. Solamente cuando la frecuencia de amortiguamiento negativa es grande en comparación con las fuerzas del resorte o de la inercia la frecuencia se diferencia apreciablemente de la frecuencia natural.

Si se consideran las relaciones de la energía involucradas nos servirá para darnos una mejor comprensión del concepto de vibración con amortiguamiento negativo. Con amortiguamiento positivo, la fuerza de amortiguamiento hace el trabajo negativo siempre siendo opuesto a la velocidad, la energía mecánica se convierte en calor, generalmente en el aceite del amortiguador. Esta energía se toma del sistema que vibra, cada vibración sucesiva tiene menos amplitud y menos energía cinética, y la pérdida en energía cinética es absorbida por la fuerza de amortiguamiento. En el caso de amortiguamiento negativo la fuerza que amortigua hace el trabajo positivo sobre el sistema. El trabajo hecho por esa fuerza durante un ciclo se convierte en la energía cinética adicional de la vibración creciente. Está claro que la vibración autoexcitada no puede existir sin una fuente externa de energía. La fuente de la energía por si misma no debe tener la frecuencia alternante del movimiento. En la mayoría de los casos, la energía viene de una fuente sin ninguna característica que sea variable, por ejemplo, un depósito de vapor o agua a presión, un viento constante, el esfuerzo de torsión constante de un motor... No obstante hay algunos casos donde la fuente es variable con una alta frecuencia, mucho más alta que la misma vibración.

La práctica de la ingeniería implica problemas con muchos sistemas propensos a las vibraciones autoexcitadas en las cuales los propios movimientos de los sistemas controlan las periodicidades en las cuales se golpean ligeramente las fuentes de energía disponibles.

La producción de sonido como la energía eléctrica a menudo utilizan deliberadamente las vibraciones autoexcitadas, mientras que en otros campos de la ingeniería los fenómenos autoexcitados son generalmente indeseados y su inestabilidad es debida a que suelen ser los propiciadores de catástrofes.

Los estudios de las vibraciones autoexcitadas centran su atención en dos elementos opuestos en un sistema, el elemento excitador y el elemento disipador. Las

características y magnitudes de los dos se determinan si pueden o no vibrar los sistemas de una manera autoexcitada. Puesto que ambos elementos no pueden ser descritos adecuadamente sin un conocimiento previo, sino que se requiere de la información experimental obtenida para un carácter no lineal, el método de análisis delta de la fase del plano ayuda al estudio de los movimientos autoexcitados.

Los fenómenos con vibraciones autoexcitadas no son descritos de forma completamente válida por las ecuaciones diferenciales debido a la amplia gama de movimientos que se pueden presentar. Además, este tipo de vibraciones no son lineales, y por tanto, no son integrables.

3.4 VIBRACIÓN DE ADHERENCIA-DESPLAZAMIENTO.

El fenómeno vibratorio adherencia-deslizamiento puede observarse en el arrastre de cargas a baja velocidad y se da, entre otros, en los siguientes elementos: bisagras, quicios, frenos, embragues, guías...

Reúne las siguientes características específicas:

- No se amortigua con el tiempo.
- No hay excitación periódica externa.
- Su frecuencia natural de vibración no es la de la excitación existente ni es la frecuencia propia del sistema.
- Sus oscilaciones no son armónicas.

Generalidades sobre el modelo de sistema mecánico de un grado de libertad.

En el caso de ser nula la fuerza de fricción a la rodadura, el movimiento que comunica el propulsor a la masa es de velocidad constante, después de un transitorio oscilatorio debido a la existencia de amortiguamiento.

Si la fuerza de fricción no es nula, y puede variar tanto con la posición (tipos de materiales de contacto) como con la velocidad de la masa que desliza, entonces bajo ciertas condiciones puede generarse una oscilación indefinida.

Las oscilaciones son peores a bajas velocidades, son más severas y tienen forma de diente de sierra. A altas velocidades las oscilaciones decaen.

En el caso de oscilaciones senoidales la curva velocidad-tiempo es simétrica respecto de la velocidad media, en el caso de fricción esto no ocurre y si tenemos oscilaciones a velocidades suficientemente bajas se alcanzarán picos de velocidad de valor varias veces la media.

La frecuencia de oscilación, no tiene que ver con la frecuencia natural de vibración del sistema mecánico.

La aparición de estas vibraciones va asociada a la existencia de modelos no lineales.

Modelo de fuerzas de fricción.

Adherencia (fricción estática): Para $v=0$, la fricción vale F_s , para velocidades positivas la fricción valdrá $+F_c$, y para velocidades negativas $-F_c$. Siendo $F_c < F_s$.

Gradiente negativo: a $v=0$, la fricción vale F_s , para velocidades positivas la fricción valdrá $F = F_s - \alpha v$, y para velocidades negativas, la fricción valdrá $F = -F_s - \alpha v$.

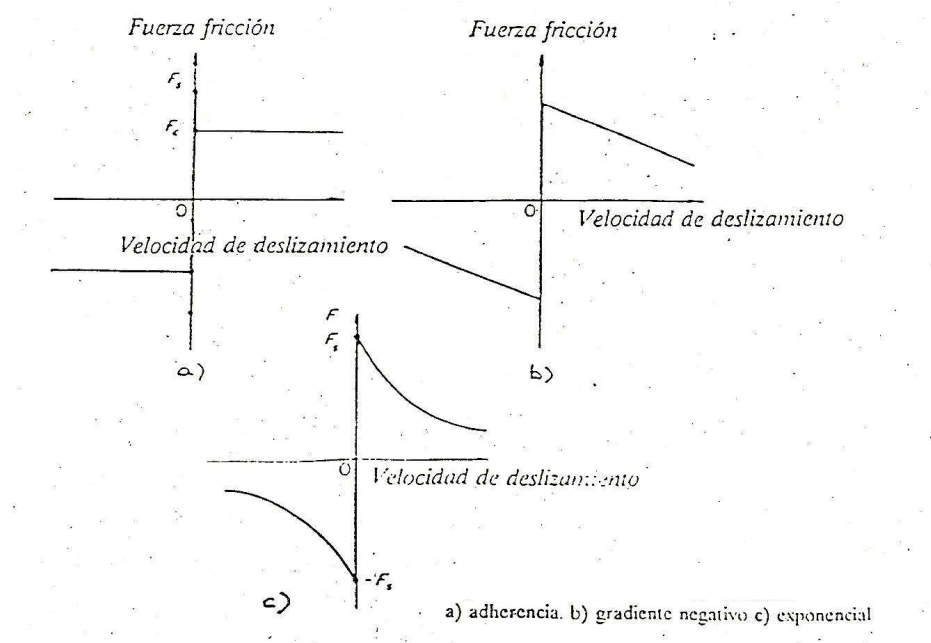


Figura 3.4-1: Característica fricción velocidad.

3.5 MODOS DE VIBRACIÓN EN LOS NEUMÁTICOS DE UNA MOTOCICLETA.

Las propiedades dinámicas de los neumáticos tienen una gran influencia en múltiples características del comportamiento de la motocicleta tales como el confort, la absorción de irregularidades de la calzada y el frenado dentro del grupo de dinámica en el plano y estabilidad y maniobrabilidad dentro de la dinámica fuera de plano.

Los modos de vibración de los neumáticos de motocicleta pueden dividirse en modos dentro del plano, fuera del plano y mixtos: Los modos en el plano están caracterizados por desplazamientos radiales y/o circunferenciales de los puntos localizados en el plano de simetría de la rueda. Los modos fuera del plano están dominados por desplazamientos laterales de los puntos localizados en el plano de simetría de la rueda. Los modos mixtos exhiben combinaciones de desplazamiento radial circunferencial y lateral.

Los modos en el plano pueden ser clasificados de acuerdo al número n de “deformaciones” circunferenciales: $n=0$ no muestra ninguna deformación del neumático, $n=1$ muestra una deformación circunferencial y es básicamente un desplazamiento de la huella del neumático con respecto a la llanta, $n=2$ muestra dos deformaciones circunferenciales y la huella muestra una forma ovalada.

Los modos en el plano son los más excitados, en condiciones estacionarias (movimiento rectilíneo) la resultante de las fuerzas en los neumáticos (carga N , fuerza de frenado F y fuerza de conducción S) se mantiene en el plano de simetría de la rueda. Si se fija un sistema de coordenadas en la rueda, la resultante de las fuerzas en el neumático rota alrededor de la rueda con velocidad angular $\omega=V/R_o$ siendo R_o el radio efectivo y V es la velocidad. La fuerza de rotación puede excitar en condiciones de resonancia el modo circunferencial que exhibe n deformaciones circunferenciales si se cumple la siguiente condición: $\omega=2\pi v_j/n$ Donde v_j es la frecuencia natural del modo.

La presencia de irregularidades en la calzada y ranuras en la superficie de los neumáticos son otra fuente de excitación de modos de alta frecuencia. Además, las maniobras transitorias como frenadas o cambios de carril las cuales provocan repentinas variaciones de las fuerzas y pares en los neumáticos pueden excitar los modos en el plano y fuera de plano.

Generalmente, la primera frecuencia natural de los neumáticos se encuentra entre los 100 y los 200 Hz. y corresponde a modos fuera del plano, aunque puede haber una banda de frecuencias con modos mixtos cuando la frecuencia es mayor de 300 ó 400 Hz. en las que dominan los modos con grandes desplazamientos en el plano.

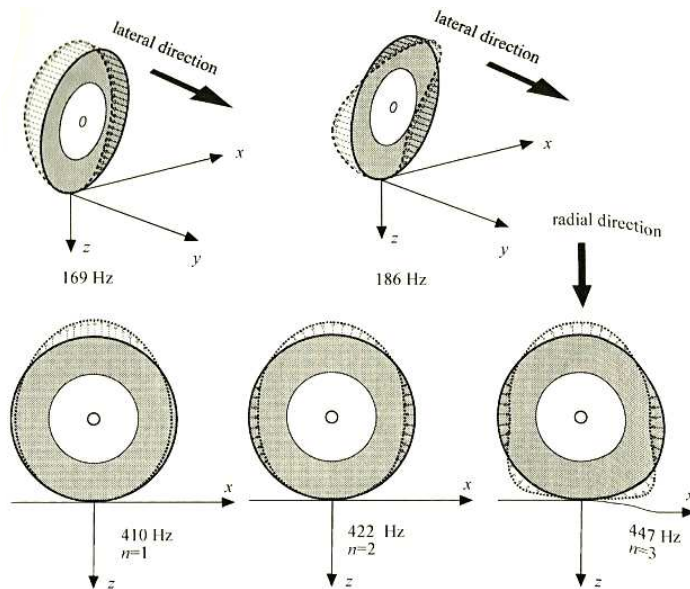


Figura 3.5-1: Ejemplos de vibración en neumáticos en contacto con el suelo.

Las frecuencias naturales, factores de pérdidas y tipos de modo dependen fuertemente del tamaño del neumático, la construcción del neumático y el material. La comparación entre las propiedades modales de los distintos tipos de construcción del neumático muestra que las frecuencias radiales de los neumáticos radiales son mayores especialmente en los modos en plano.

En la figura anterior se muestran las frecuencias y modos naturales de un neumático delantero 120/65 R17 inflado con una presión de 2.2 bar. El primer modo fuera del plano es el desplazamiento lateral de la huella del neumático respecto de la llanta. El primer modo en plano, a 410Hz., es esencialmente un desplazamiento en el plano de la huella del neumático y deriva del modo con $n=1$ medido sin contacto con la calzada.

Los siguientes modos, a 422 y 447 Hz., derivan de los modos con $n=2$ y $n=3$ medidos sin contacto con la calzada. Las frecuencias naturales son mayores que las de los neumáticos de coches, siendo los factores de pérdidas en modos en el plano iguales que en los neumáticos de coches. Los factores de pérdidas en modos fuera del plano son mayores que los medidos en el plano por la influencia de los laterales de los neumáticos.

4 Inestabilidades en las motocicletas.

4.1 INTRODUCCIÓN A LAS INESTABILIDADES EN LAS MOTOCICLETAS.

Debido a que el objetivo principal del proyecto es el análisis de las vibraciones autoexcitadas en el tren delantero de una motocicleta, en el presente apartado se van a exponer las inestabilidades principales que tienen lugar en una motocicleta, para posteriormente centrarnos en una de ellas: el wobble.

En las pasadas tres o cuatro décadas se han realizado múltiples investigaciones sobre las causas y soluciones de para algunas inestabilidades que se producen en las motocicletas durante su uso convencional. En la actualidad, nuevos desarrollos en neumáticos y sistemas de suspensión hacen que la motocicleta sea más estable y segura, disminuyendo estos efectos.

La simulación de los modos de vibración en motocicletas se realiza desde que se conoce la conexión entre ciertos modos de vibración y comportamientos particulares de la motocicleta.

En la siguiente figura podemos ver un ejemplo de las raíces de los autovalores de todos los modos de vibración de una motocicleta en movimiento rectilíneo para velocidades entre los 10 y los 50 m/s en quinta marcha. El eje de abscisas muestra la velocidad

angular en el eje de inclinación y el eje de ordenadas muestra la frecuencia de la vibración.

En particular, podemos ver alrededor de los 7 Hz el modo wobble y entre los 0.2 y los 5 Hz el modo weave cuya frecuencia aumenta al aumentar la velocidad.

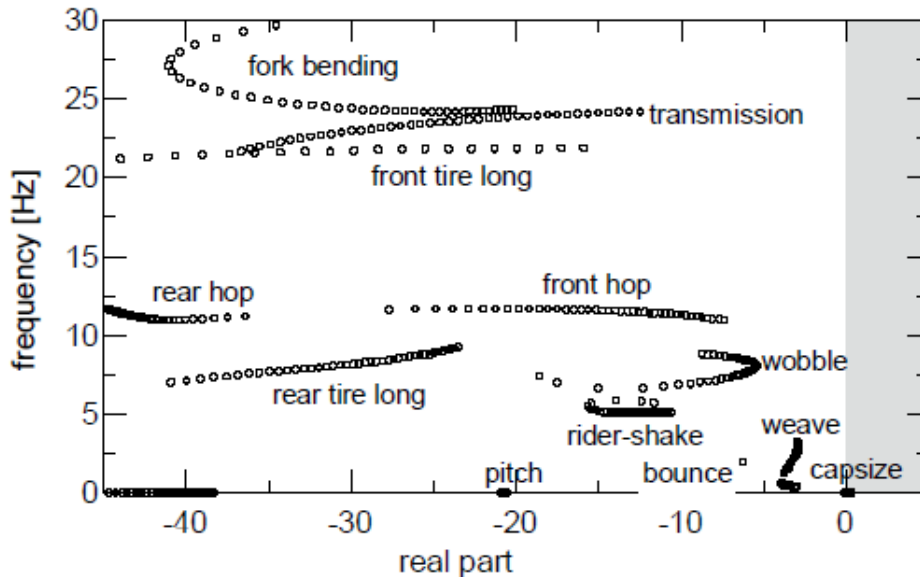


Figura 4.1-1: Modos de vibración de una motocicleta con velocidades entre 10 y 50 m/s

La estabilidad está principalmente relacionada con el weave, el wobble y la caída lateral (capsize). Los movimientos del piloto (rider shake) y de la horquilla (fork bending) no tienen un efecto significativo en la estabilidad. El confort de la conducción está principalmente relacionado con los modos “pitch” y “bounce”, que dependen de las suspensiones, mientras que el contacto con la calzada depende de los modos “front hop” y “rear hop”, los cuales involucran las deflexiones radiales de los neumáticos. El modo “transmission” está relacionado con la deflexión entre el piñón y la rueda trasera y puede afectar al rendimiento de la tracción. Los modos “rear tire long” y “front tire long” son debidos a las deflexiones tangenciales del neumático.

Como hemos visto, hay tres modos básicos relacionados con la estabilidad (weave, wobble y capsize). Dichos modos se producen en todas las motocicletas y aunque no se perciban o no ocurran en ciertos momentos la posibilidad de que se produzcan existe pese a que dichas inestabilidades sean amortiguadas antes de ser percibidas por el piloto. A veces, sólo se necesita alguna alteración en componentes críticos como, por ejemplo, los rodamientos para que se produzcan.

Estas tres inestabilidades consisten en:

- **Wobble:** Un modo de vibración de la parte delantera alrededor del eje de dirección que no involucra de manera significativa la parte trasera.
- **Weave:** Un modo de vibración de la motocicleta entera pero principalmente de la parte trasera.
- **Capsize:** Inestabilidad que provoca la caída lateral de la motocicleta. No es un fenómeno vibratorio debido a que no se repite en el tiempo.

4.2 ESTADO DEL ARTE

Con el fin de poder reflejar la presencia de este tipo de estudios y análisis en la última década se van a exponer a continuación los más representativos.

Antecedentes bibliográficos

Numerosas publicaciones sobre dinámica de motocicletas incluyen capítulos sobre las inestabilidades en los que de manera breve se dan a conocer estos fenómenos, sus causas y los parámetros más influyentes.

Entre estas publicaciones destacamos las de los siguientes autores: Gaetano Cocco, Tony Foale y Vittore Cossalter.

En la imagen podemos ver la animación empleada en el libro "Motorcycle dynamics" de V. Cossalter para visualizar el fenómeno conocido como Wobble.

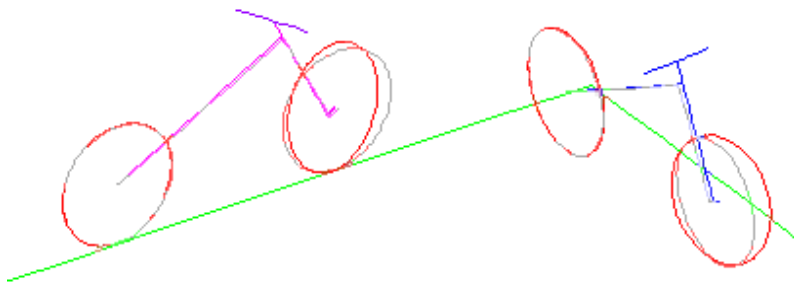


Figura 4.2-1: Wobble: animación de V. Cossalter.

Instituto de Ingeniería y Mecánica Computacional de la Universidad de Stuttgart (Alemania)

En esta Universidad tratan de comprender y analizar la dinámica de las motocicletas. Para las simulaciones que llevan a cabo, emplean un modelo compuesto por sólidos rígidos de geometría simplificada. Sin embargo, podemos ver como tiene implementado el movimiento de los pistones, pudiendo analizar la influencia de las vibraciones generadas por éstos en la dinámica vehicular.

Destacan la importancia de un correcto modelo del conjunto ciclo, siendo el modelo de los neumáticos un factor muy significativo a fin de poder obtener información relevante de las simulaciones.

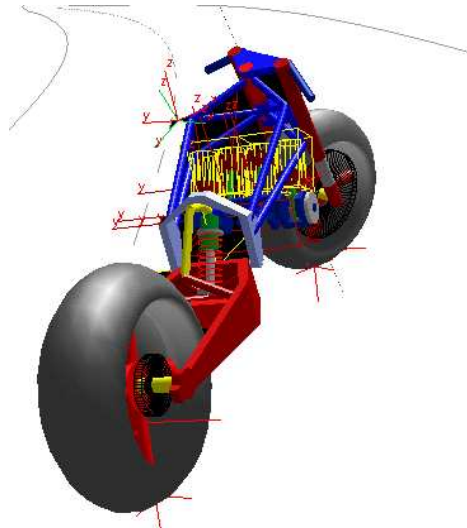


Figura 4.2-2: Simulación de wobble de la Universidad de Stuttgart

Grupo de Investigación de Dinámica de la Motocicleta de la Universidad de Padova (Italia)

Destaca por su gran cantidad de publicaciones especializadas en la dinámica de la motocicleta relativas al motor, neumáticos, maniobrabilidad, inercia, suspensión, seguridad, vibraciones, etc.

De todos sus proyectos cabe destacar en el caso de las inestabilidades en motocicletas el banco de pruebas de laboratorio desarrollado por los profesores Stefano Pagano y

Domenico De Falco, empleado para simular fenómenos vibratorios. Podemos ver este banco de pruebas en la siguiente imagen:



Figura 4.2-3: Simulación de wobble en banco de pruebas

Grupo de investigación de control y potencia. Imperial Collage, London (Reino Unido)

El propósito principal de este grupo de investigación es el desarrollo de modelos matemáticos para estudiar la dinámica de vehículos de dos ruedas. Estos modelos son empleados para comprender y profundizar en mecanismos de inestabilidades en la maniobrabilidad del vehículo.

Recientemente, han sido objeto de sus estudios las prestaciones de los neumáticos, modelos de suspensión, transmisiones por cadena etc.

Destacamos los numerosos artículos sobre inestabilidades en motocicletas elaborados por R.S. Sharp, S. Evangelou y D.J.N. Limbeer entre otros. Además de las animaciones de los fenómenos vibratorios.

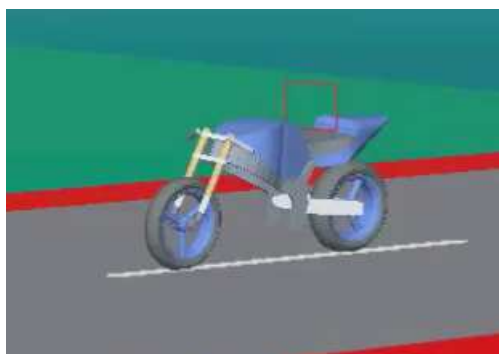


Figura 4.2-4: Animación de inestabilidad.

4.3 TIPOS DE INESTABILIDADES EN UNA MOTOCICLETA.

Como todo el mundo sabe, el tren trasero o el tren delantero de una motocicleta puede comenzar a oscilar alrededor del eje de dirección incluso si las ruedas están bien equilibradas. Este fenómeno se puede observar fácilmente de manera experimental, por ejemplo, decelerando gradualmente la motocicleta desde una velocidad elevada. Las oscilaciones pueden observarse a ciertas velocidades específicas especialmente si la rueda delantera está desequilibrada. Estas oscilaciones alcanzan su máxima amplitud para descender con la velocidad hasta que desaparecen completamente. Las oscilaciones del tren trasero de una motocicleta pueden apreciarse al pasar por un bache o por su excitación a través de un movimiento brusco del piloto.

A bajas velocidades también se puede observar que la motocicleta tiende a caer lateralmente sin importar la acción del piloto.

El control del piloto puede ser de dos tipos: realizando una acción sobre el manillar o sin agarrar el manillar. Manteniendo fija la dirección, el sistema motocicleta-piloto es inestable a cualquier velocidad respecto a la inclinación de la motocicleta como si fuera un barco volcando. Por otra parte, si consideramos la dirección libre para girar se podrá estabilizar la motocicleta aplicando un par en la dirección.

A continuación, veremos en qué consisten la caída lateral, el weave y el wobble. En el siguiente capítulo nos centraremos en el estudio de la última, teniendo en cuenta para su correcto análisis la experiencia de la conducción.

La figura 4.3-1 muestra estos modos en velocidad constante entre 0,1 y 67,9 m/s y muestra una gráfica de los autovalores dependientes de la velocidad de un modelo de motocicleta linealizado. El wobble cubre las frecuencias entre 6,4 y 8 Hz mientras que la frecuencia máxima del weave es de unos 3,8 Hz. Podemos apreciar que el weave empieza a velocidad muy baja, como dos modos inestables marcados como a y b en la figura 4.3-1. El modo a corresponde al vuelco, mientras que el b corresponde al vuelco en curva. Al aumentar la velocidad de la motocicleta estas raíces se juntan más y finalmente producen el weave.

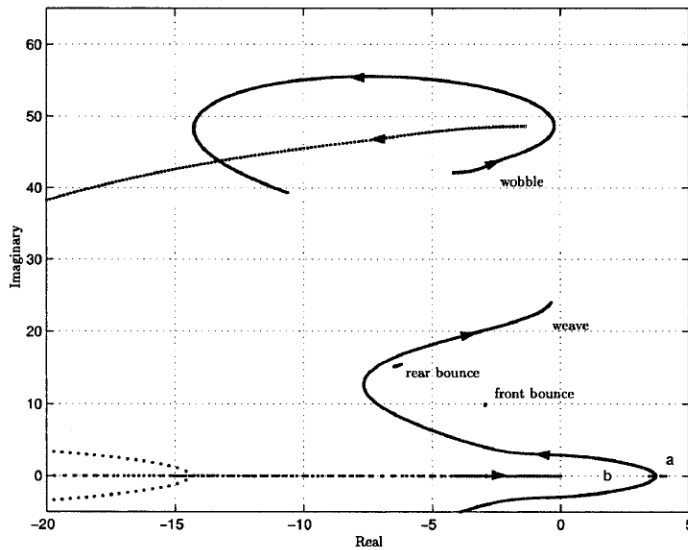


Figura 4.3-1: Representación de las inestabilidades en función de la velocidad. La velocidad aumenta desde 0,1 hasta 67,9 m/s en la dirección de las flechas.

4.3.1 El movimiento de caída lateral (Capsize)

Es el más inusual de los tres y no es un modo de vibración ya que no se repite en el tiempo. Se puede ver como el movimiento de caída sin control del conductor.

Surge del simple hecho de que una motocicleta parada cae a no ser que esté sujeta. También puede surgir del hecho de que a bajas velocidades la motocicleta al entrar en una curva cae. Esto puede observarse empujando una motocicleta: a la vez que decrece su velocidad esta se tuerce hacia un lado y mientras el radio de la curva disminuye cae. Hay un ángulo límite para el cual a bajas velocidades la motocicleta será controlable.

Los parámetros que influyen en la estabilidad de caída (aunque de manera diferente) son:

- Velocidad de viraje (Aumenta la estabilidad a medida que aumenta la velocidad)
- Inercia de las ruedas.
- Inercia del vehículo respecto del eje del suelo.
- Masa del vehículo.
- Posición del centro de gravedad.
- Ángulo de inclinación.
- Ángulo de avance.
- Dimensiones de los neumáticos.

Debido a los múltiples parámetros que influyen en este movimiento, es muy difícil dar una explicación concreta de lo que ocurre pero es interesante notar que este fenómeno se describe de acuerdo al tiempo de caída: Cuanto menor es su duración, más inestable es el modo.

La habilidad del conductor influye también en la estabilidad, pero incluso los mayores expertos lo han sufrido debido a su rápido tiempo de caída.

Las motos convencionales suelen ser más lentas, rígidas y con control manejable y están diseñadas con mayores constantes de tiempos de caída para tratar de evitar el capsize.

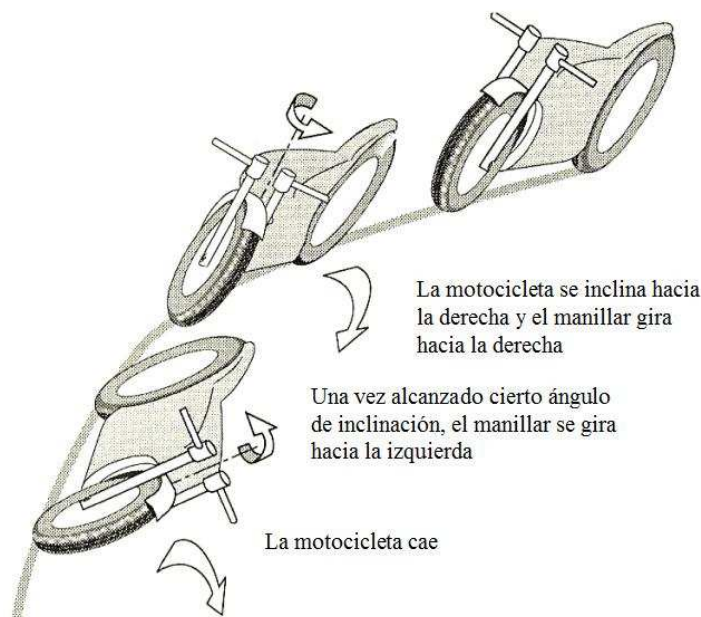


Figura 4.3.1-1: Capsize

Los modelos simplificados con dirección fija muestran que la caída lateral siempre es inestable. Realmente, la caída lateral puede ser inestable o ligeramente estable dependiendo de la velocidad y de las propiedades de los neumáticos.

Un análisis detallado muestra que la caída lateral es más inestable reduciendo el avance y aumentando el ángulo de lanzamiento.

La figura 4.3.1-2 muestra la evolución temporal de una caída lateral estable a baja velocidad (4m/s), mientras que la figura 4.3.1-3 muestra el caso de una caída lateral inestable a esa misma velocidad. En el caso estable se observa que el giro y la inclinación tienen fases opuestas.

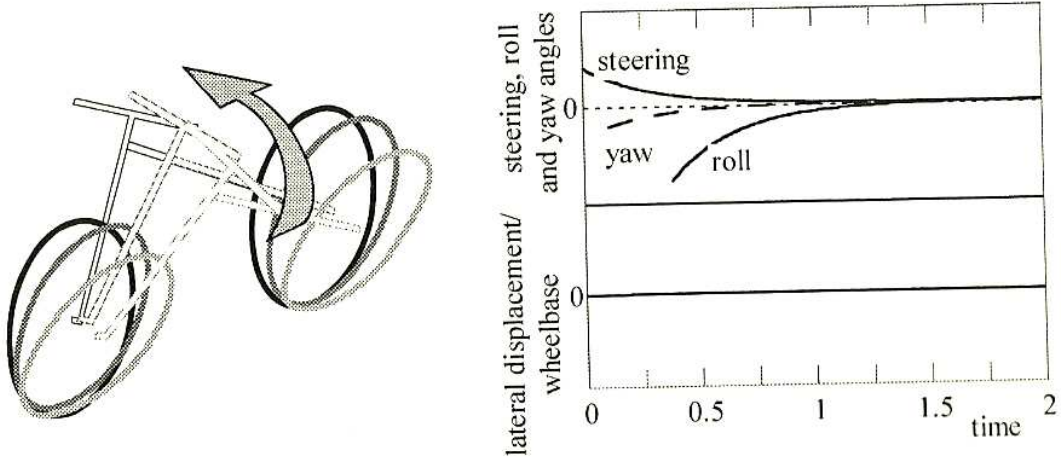


Figura 4.3.1-2: Capsize establea 4m/s

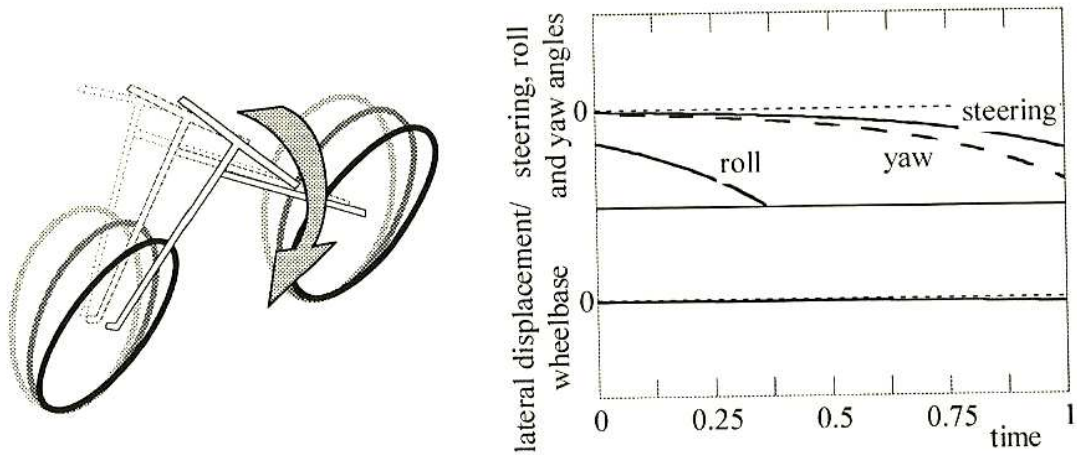


Figura 4.3.1-3: Capsize inestable a 4m/s

Debido al efecto giroscópico, una caída lateral a alta velocidad (más de 30 m/s), se verá más influenciada por el desplazamiento lateral del vehículo que por las variaciones en el cabeceo y la guiñada.

4.3.2 Weave

Es el más complejo de los modos, ya que combina la rotación alrededor del eje del suelo con el movimiento de rotación alrededor del eje vertical (eje de viraje).

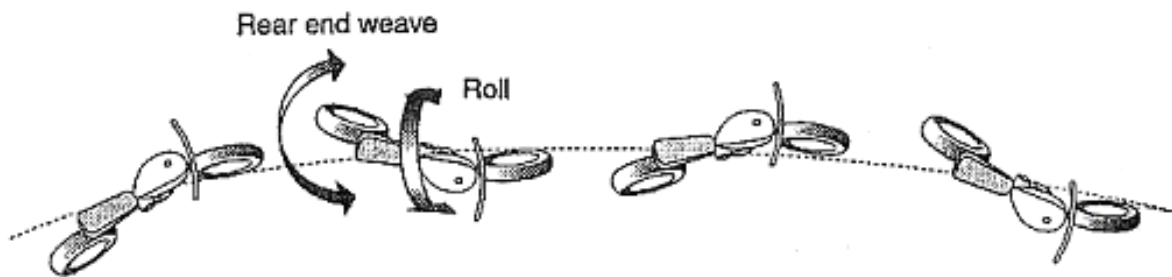


Figura 4.3.2-1: Weave

La sensación de este movimiento se puede confundir fácilmente con el wobble, pero son movimientos totalmente diferentes aunque los dos fenómenos, weave y wobble, pueden aparecer juntos y no siempre pueden diferenciarse.

A altas velocidades, la frecuencia del weave comienza a ser muy elevada, haciendo que la motocicleta sea incontrolable por el piloto.

Los principales parámetros que causan weave son los mismos que causan el wobble además de los que se muestran a continuación:

- Altura del centro de gravedad: aumentando la altura del CDG respecto del suelo, la inercia aumenta y las oscilaciones serán menores.
- La base de las ruedas del vehículo: Cuanto mayor longitud de centro a centro, mayor estabilidad.
- Rueda trasera: cuanto más anchas, desinfladas y lisas, mayor inestabilidad.
- Mayores masas no fijas (paquetes, equipaje...) sobre las ruedas: desestabilizan y amplifican las oscilaciones.
- Carenado: Un diseño y acabado correcto del carenado aumenta la estabilidad a altas velocidades.
- Masa del piloto: Cuanto mayor es la masa del piloto, la motocicleta tiene menor tendencia a producir weave.

Este fenómeno puede minimizarse de manera aerodinámica: agacharse o usar parabrisas reducen su efecto a altas velocidades. Durante la fase de diseño de la motocicleta, un buen diseño del carenado puede hacer que no tenga tendencia a desarrollar esta inestabilidad.

La figura 4.3.2-2 muestra el modo weave de una motocicleta a 10 m/s. Al aumentar la velocidad, cómo muestra la figura 4.3.2-3, el desplazamiento lateral se hace más pronunciado, al igual que los ángulos de inclinación y quiñada. En estas condiciones se observa un zigzagado en el avance de la motocicleta.

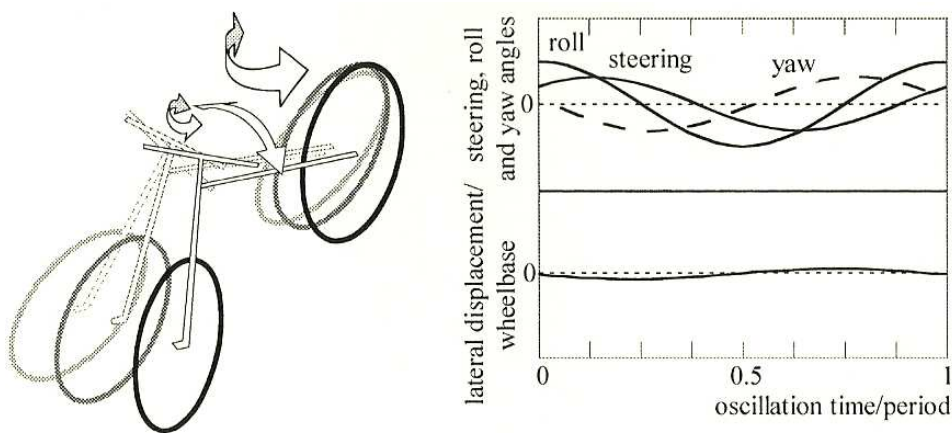


Figura 4.3.2-2: Weave a 10 m/s

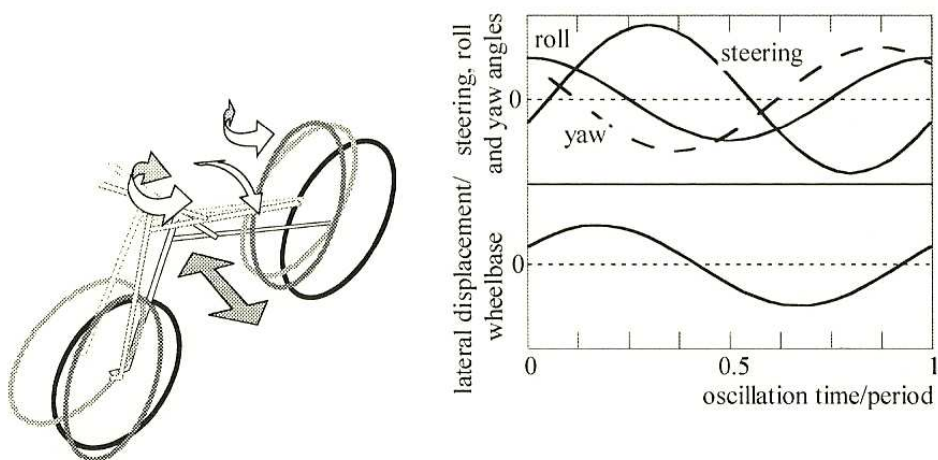


Figura 4.3.2-3: Weave a 30 m/s

4.3.3: Wobble

En determinadas condiciones (generalmente después de acelerar al salir de una curva o después del contacto con el freno) el manillar y la parte delantera empiezan a oscilar de manera brusca durante un pequeño instante.

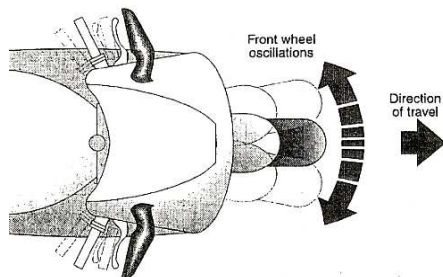


Figura 4.3.3-1: Wobble

Este fenómeno también se conoce como “Shimmy” y además de producirse en las motocicletas, puede desarrollarse en carros de supermercado, bicicletas, coches y en el tren de aterrizaje de los aviones.

El wobble se caracteriza por:

- Frecuencias comprendidas entre los 4-10 Hz.
- Grandes fuerzas y amplitudes. Por lo que la dirección se hace incontrolable.
- Movimiento periódico.

Fenómenos que generan wobble:

- Fuerzas externas: pequeños baches o imperfecciones en la carretera.
- Ruedas desequilibradas: excentricidades, rotación de las ruedas a la misma frecuencia que la frecuencia de excitación del wobble.

Principales parámetros involucrados (Más adelante veremos en la medida en la que afectan a la estabilidad de la motocicleta):

- Ángulo de avance
- Inercia de la parte delantera alrededor del eje de dirección
- Características de los neumáticos.
- Flexibilidad lateral de la horquilla.

Respecto a los parámetros de diseño del vehículo, se puede disminuir el wobble de las siguientes maneras:

- Aumentar la rigidez lateral de la horquilla.
- Reducir el ángulo de avance teniendo en cuenta los límites de este parámetro.
- Reducir la masa de la horquilla y la rueda delantera, así reduciremos su momento de inercia en el eje de dirección y se disminuye la energía de las partes oscilatorias para cierta frecuencia de wobble. Hay que tener en cuenta que esto aumenta la frecuencia natural del wobble.

La figura 4.3.3-2 muestra cómo es afectada la dirección mientras apenas hay desplazamiento lateral de las ruedas

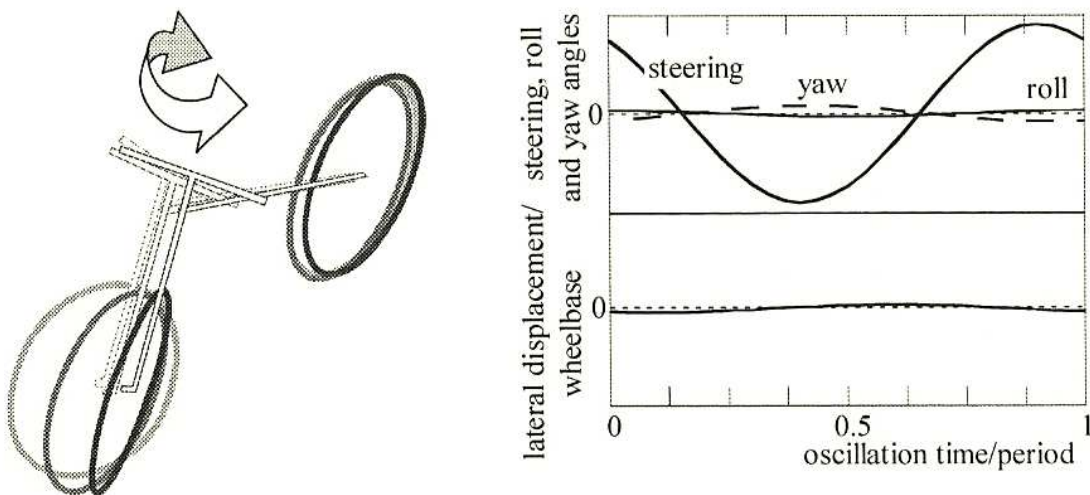


Figura 4.3.3-2: Wobble a 30 m/s

Además, existe una inestabilidad conocida como “Tank slapper” la cual consiste en una forma violenta de la oscilación wobble que puede ocurrir a cualquier velocidad por encima de los 10 m/s dependiendo de la motocicleta y sus condiciones (también puede ocurrir en bicicletas ocasionalmente en lo que para ellas es alta velocidad). Generalmente es causado por un evento inicial o una sucesión de pequeños eventos regulares como por ejemplo ondulaciones o baches de la carretera acoplados a la frecuencia del wobble, y esto rápidamente se convertirá en una vibración de la dirección de límite a límite pese a los esfuerzos del piloto para resistir esta acción.

En la siguiente tabla se muestran de manera resumida y fácilmente comparable las tres inestabilidades principales que tienen lugar en una motocicleta.

	Wobble	Weave	Capsize
Breve definición ¿Qué ocurre?	Vibración de la parte delantera alrededor del eje de dirección. El manillar y la parte delantera oscilan de manera brusca	Oscilación de toda la motocicleta, pero principalmente de la parte trasera.	Inestabilidad que provoca la caída de la motocicleta
¿Cuándo aparece?	Generalmente después de acelerar al salir de una curva o de frenar	Inestable a altas velocidades	Al entrar en curva a bajas velocidades
Frecuencias más comunes	Entre 4 y 10 Hz.	Entre 0 y 4 Hz.	No es un fenómeno vibratorio
Riesgos, consecuencias	La dirección se hace incontrolable	La motocicleta se vuelve incontrolable	Movimiento de caída sin control del piloto
Solución	Incorporar un amortiguador de la dirección, reducir el ángulo de avance, reducir la masa de la horquilla y de la rueda delantera.	Puede minimizarse de manera aerodinámica, agachándose o usando un parabrisas. Diseño del carenado.	Diseñar la motocicleta con tiempos elevados de caída.
Parámetros involucrados principales	Inercia de la parte delantera, flexibilidad lateral de la horquilla, neumáticos, ángulo de lanzamiento	Altura del CG, carenado, masas no fijas, neumáticos	Velocidad de viraje, neumáticos, inercia de las ruedas, inercia del vehículo, masa del vehículo, posición del CG, ángulo de inclinación

Tabla 4.3.3-1: Resumen de tipos de inestabilidades

5 Wobble.

5.1 DESCRIPCIÓN DETALLADA

Como ya hemos visto, el wobble es una oscilación de la parte delantera de la motocicleta alrededor del eje de dirección la cual puede volverse inestable a bajas y medias velocidades. Esta inestabilidad apenas afecta a la parte trasera de la motocicleta.

Esta inestabilidad se parece a las que se producen en las ruedas delanteras de los coches, en los carritos de la compra o en los trenes de aterrizaje de los aviones. Generalmente, su frecuencia se encuentra entre los 4 Hz para motocicletas pesadas y los 10 Hz para motocicletas ligeras. Esta frecuencia aumenta al aumentar el ángulo de avance y al disminuir la inercia de la parte delantera y principalmente está determinada por la rigidez y el amortiguamiento de la rueda delantera aunque la rigidez lateral de la horquilla delantera también es fundamental.

En velocidades rectilíneas comprendidas generalmente entre los 40 y los 80 Km/h (de 10 a 20 m/s) el wobble es poco amortiguado y la motocicleta puede volverse inestable, esto puede mejorarse añadiendo un amortiguador de la dirección que disipe más energía.

5.2 MODELO DE WOBBLE CON UN GRADO DE LIBERTAD

El wobble puede estudiarse completamente aislado del movimiento y del giro del tren trasero de la motocicleta. Consideraremos el tren delantero de la motocicleta como un cuerpo rígido que puede rotar alrededor del eje de la dirección estando fijo el tren trasero.

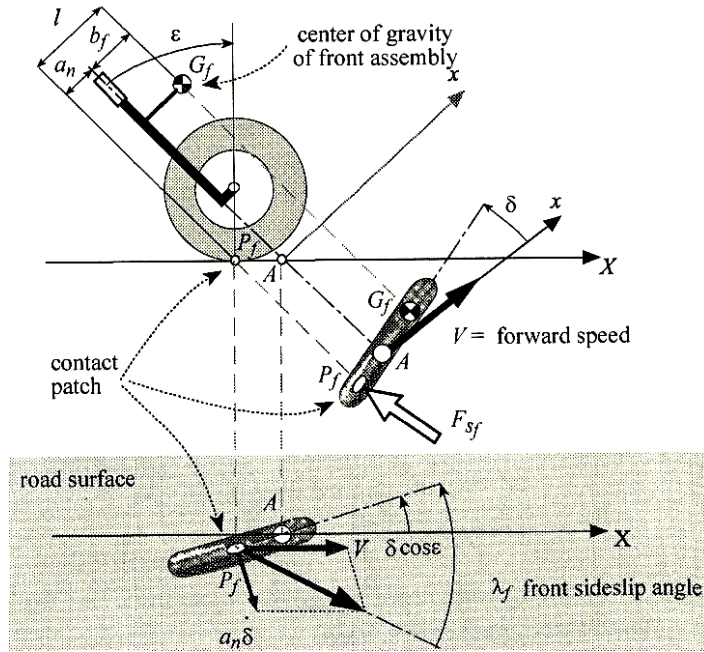


Figura 5.2-1: Geometría del tren delantero de una motocicleta.

La ecuación de equilibrio alrededor del eje de dirección es:

$$I_{Af} \ddot{\delta} = -c \dot{\delta} - F_{sf} a_n + M_f g b_f \delta \sin \epsilon + N_f a_n \delta \sin \epsilon$$

Dónde:

- $I_{Af} = I_{Gf} + M_f b_f^2$ es el momento de inercia del tren delantero, rueda incluida, alrededor del eje de dirección.
- c es el coeficiente de amortiguamiento del amortiguador de la dirección.
- F_{sf} es la fuerza lateral que actúa en la rueda.

Este último término es proporcional al ángulo de deslizamiento lateral λ según la siguiente ecuación: $F_{sf} = K_{\lambda f} \lambda_f$

Para pequeños desplazamientos la siguiente ecuación puede ser usada para calcular λ :

$$\lambda_f = \frac{\dot{\delta} a_n}{V} + \delta \cos \varepsilon$$

A partir de la ecuación anterior deducimos que λ es la suma de dos componentes:

- El primero depende de la velocidad lateral del punto de contacto neumático-calzada debido a la velocidad de giro de la dirección δ
- El segundo depende del ángulo de giro de la dirección medido en la superficie de la calzada.

Los efectos de la fuerza normal en la rueda delantera y el peso del tren delantero son menores que los debidos a la fuerza lateral. Por tanto, haciendo las sustituciones correspondientes en la ecuación para pequeñas oscilaciones obtenemos:

$$I_{Af} \ddot{\delta} + \left(c + \frac{K_{\lambda f} a_n^2}{V}\right) \dot{\delta} + K_{\lambda f} a_n \delta \cos \varepsilon = 0$$

Introduciendo una solución de la oscilación en la ecuación y eliminando la dependencia con el tiempo obtenemos la ecuación característica:

$$I_{Af} s^2 + \left(c + \frac{K_{\lambda f} a_n^2}{V}\right) s + K_{\lambda f} a_n \delta \cos \varepsilon = 0$$

De la ecuación anterior obtenemos las siguientes raíces:

$$s_{1,2} = \frac{cV + K_{\lambda f} a_n^2}{2I_{Af} V} \pm \sqrt{\left(\frac{cV + K_{\lambda f} a_n^2}{2I_{Af} V}\right)^2 - \frac{K_{\lambda f} a_n}{I_{Af}} \cos \varepsilon}$$

El sistema es oscilante cuando el discriminante es negativo, esto es, sin amortiguamiento c para velocidades rectilíneas mayores que: $V > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_{\lambda f} a_n^3}{I_{Af} \cos \varepsilon}}$

Cuanto mayor es la aceleración, mayor es la velocidad que debemos alcanzar para que comience la oscilación.

En la siguiente gráfica podemos ver cualitativamente cómo varía la velocidad que da comienzo al wobble al aumentar el valor (de menor a mayor) de cada uno de los parámetros involucrados.

Los parámetros elegidos se han tomado a partir de sus valores típicos para motocicletas tipo Gran Premio y varían en las gráficas de las imágenes 5.2-2, 5.2-3 y 5.2-4 de acuerdo a la siguiente tabla:

Parámetro n°	Ratio de amortiguamiento (adimensional)	Rigidez del Neumático (N/mm)	Aceleración (m/s ²)	Inercia (Kg m ²)	Avance (grados)	Velocidad (m/s)
1	0	100	0,1	0,5	20°	10
2	0,2	150	0,5	1	21°	20
3	0,4	200	1	1,5	22°	30
4	0,6	250	1,3	2	23°	40
5	0,8	300	1,5	2,5	24°	50
6	1	350	1,7	3	25°	60

Tabla 5.2-1: Valores de los parámetros empleados en las gráficas.

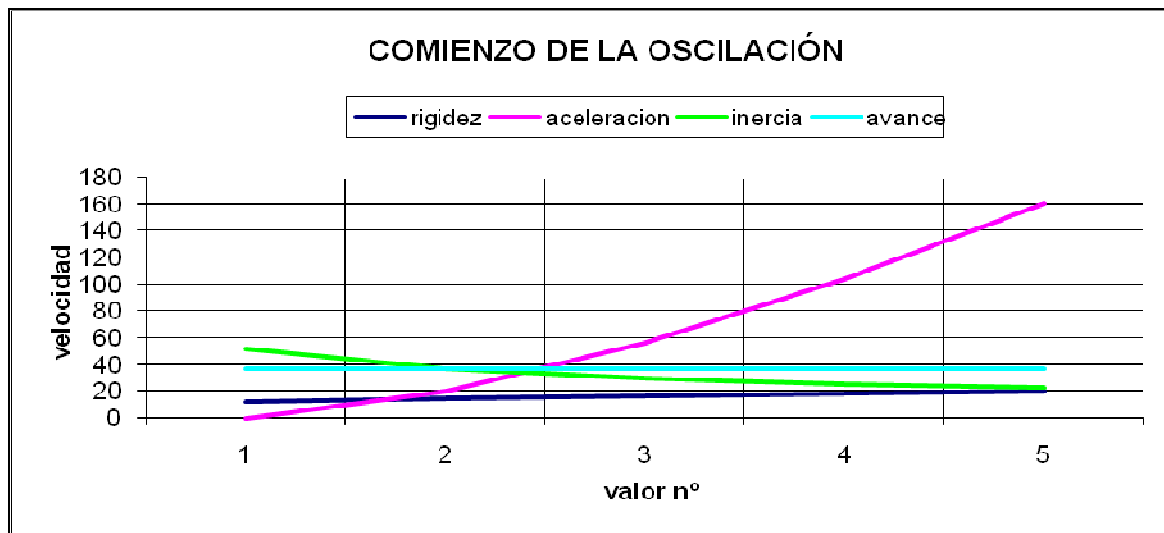


Imagen 5.2-2: Influencia de los parámetros involucrados en la velocidad que da comienzo a la oscilación.

La frecuencia f para el sistema amortiguado es:
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{\lambda f} a_n}{I_{Af}}} \cos \varepsilon \sqrt{(1 - \zeta^2)}$$

En la siguiente gráfica podemos ver cualitativamente cómo varía la frecuencia del wobble al aumentar el valor (de menor a mayor) de cada uno de los parámetros involucrados.

La frecuencia disminuye al aumentar el ratio de amortiguamiento y, por otra parte, aumenta al aumentar la aceleración. Esto, junto a los resultados de la gráfica anterior significa que, a mayor aceleración, necesitaremos una velocidad mucho más alta para

que el sistema comience a oscilar, y que al comenzar a oscilar lo hará a mayor frecuencia.

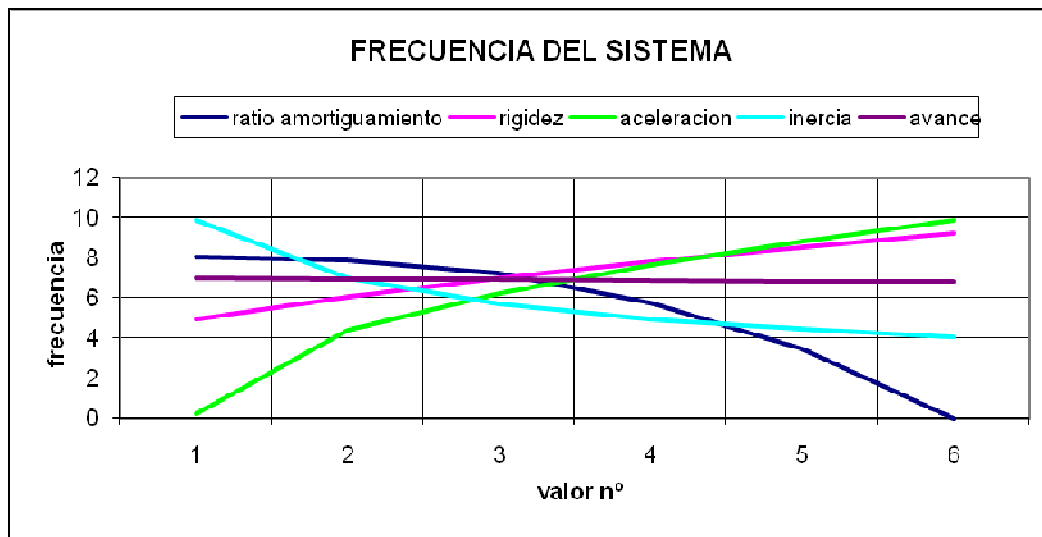


Imagen 5.2-3: Influencia de los parámetros involucrados en la frecuencia del sistema.

El ratio de amortiguamiento ζ es:
$$\zeta = \frac{cV + K_{\lambda f} a_n^2}{2V \sqrt{I_{Af} K_{\lambda f} a_n \cos \varepsilon}}$$

Nótese que ζ decrece cuando la velocidad de la motocicleta aumenta y que ζ aumenta al aumentar la aceleración y “c”

En la siguiente gráfica podemos ver cualitativamente cómo varía el ratio de amortiguamiento al aumentar el valor (de menor a mayor) de cada uno de los parámetros involucrados.

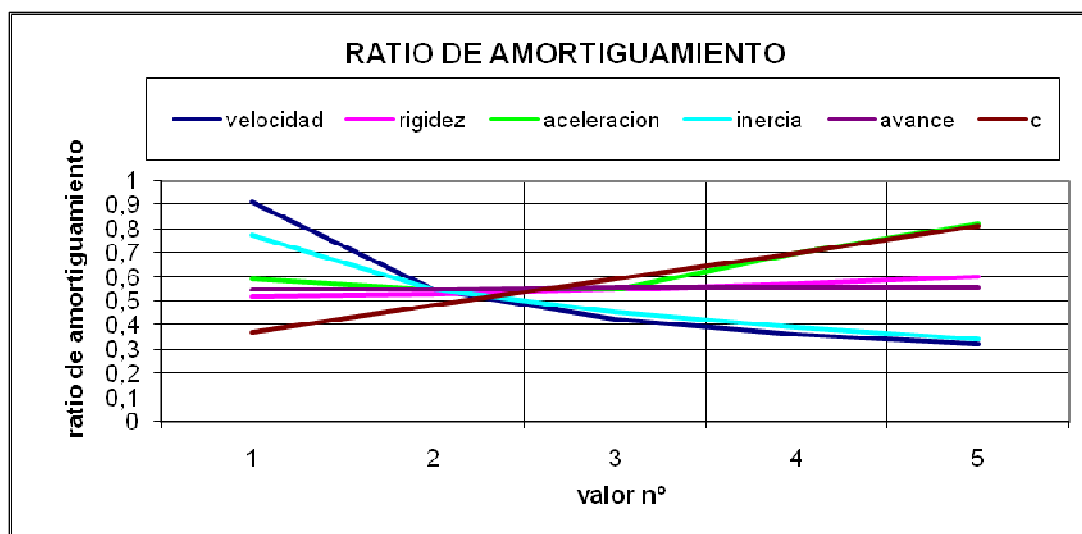


Imagen 5.2-4: Influencia de los parámetros involucrados en el ratio de amortiguamiento.

A continuación, la figura 5.1-2 muestra la frecuencia natural y la proporción de amortiguamiento de wobble frente a la velocidad. Específicamente, la figura 5.1-2 muestra cómo afecta el amortiguador de la dirección a la proporción de wobble amortiguado especialmente a altas velocidades.

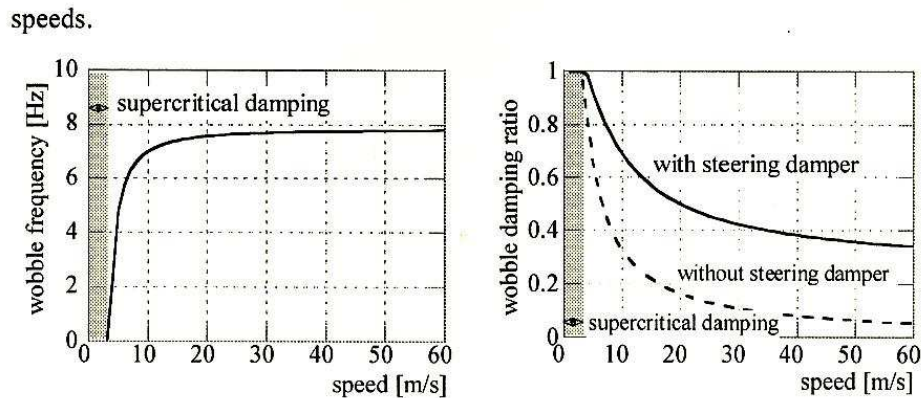


Figura 5.2-5: Frecuencia natural del wobble en función de la velocidad (izda.) y coeficiente de amortiguamiento para el wobble en función de la velocidad con y sin amortiguador de la dirección (dcha.)

5.3 INFLUENCIA DE RAMPAS Y PENDIENTES

Los estudios muestran que el wobble se desestabiliza significativamente cuando la motocicleta desciende por una pendiente o frena en una superficie plana. El amortiguamiento del wobble aumenta cuando la motocicleta está descendiendo una rampa a velocidad constante o acelerando en llano. Esto se puede verificar de manera experimental por la sensación agradable de estabilidad que se tiene al acelerar una motocicleta en recta.

La idea principal es que ascender o descender rampas genera fuerzas gravitacionales que imitan las fuerzas inerciales asociadas con la aceleración y la deceleración respectivamente. También se aprecia que la condición de velocidad constante significa que no hay variación temporal en las cargas aerodinámicas, y por lo tanto los modelos linealizados son invariantes con el tiempo. Por tanto, no hay necesidad de considerar las complicaciones asociadas con la estabilidad por los autovalores variantes en el tiempo.

La figura 5.3-1 muestra las gráficas para los casos de movimiento rectilíneo a velocidad constante en llano y en rampa, con superficie lisa. Los rangos de velocidad asociados con los distintos casos son dictados por condiciones límite aludidas anteriormente. Lo

primero que debemos observar es que el wobble es desestabilizado cuesta abajo, y en rampa ascendente se estabiliza. También se debe observar que el wobble es más estable en frenadas dominadas por la rueda trasera. Es de sentido común que debe usarse el freno trasero cuesta abajo a velocidades bajas, especialmente en calzadas resbaladizas. La figura 5.3-1 también muestra que las carreteras inclinadas tienen poca influencia en el modo weave.

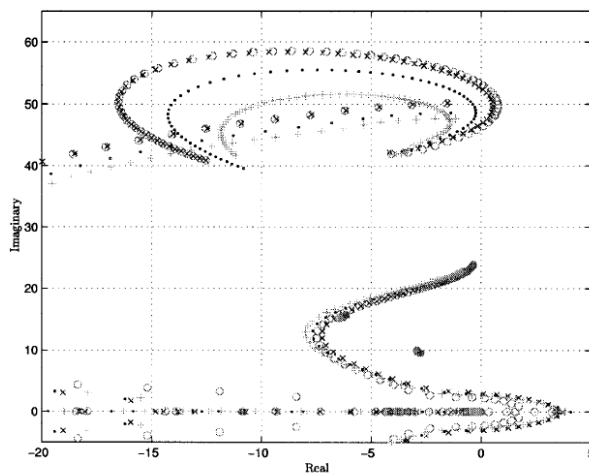


Figura 5.3-1: Avance rectilíneo en distintas inclinaciones. (Una inclinación positiva representa una subida)

Plot symbol	Inclination angle (rad)	Front brake (%)	Rear brake (%)	Speed range (m/s)
*	0	—	—	0.1–67.9
x	–0.2	10	90	0.06–70.0
o	–0.2	90	10	0.06–70.0
+	0.2	—	—	0.02–53.0

5.4 ESTUDIOS DE ACELERACIÓN, DECELERACIÓN Y ESTRATEGIAS DE FRENADO.

Las figuras 5.4-1 y 5.4-2 consideran los efectos de la aceleración en la estabilidad de la motocicleta. Tal y como se espera, la tendencia general es asociada con los resultados obtenidos a velocidad constante en rampa descendente. La razón de esto es que las fuerzas de inercia actúan en la misma dirección en el caso de aceleración que la fuerza gravitatoria lo hace en rampa ascendente. La figura 5.4-1 muestra que el weave apenas es afectado por la aceleración mientras que el wobble es amortiguado más bruscamente.

La figura 5.4-2 muestra el efecto de la velocidad en el arrastre aerodinámico, las cargas en los neumáticos, el par de tracción y la saturación de la rueda delantera. Tal y como se espera, el arrastre aerodinámico aumenta cuadráticamente con la velocidad como hace el momento de tracción. El arrastre aerodinámico también tiende a cargar la rueda trasera mientras que aligera la carga en la rueda delantera. El aumento de par de tracción

y las fuerzas longitudinales en los neumáticos hacen que el neumático trasero se encuentre más cerca de la saturación.

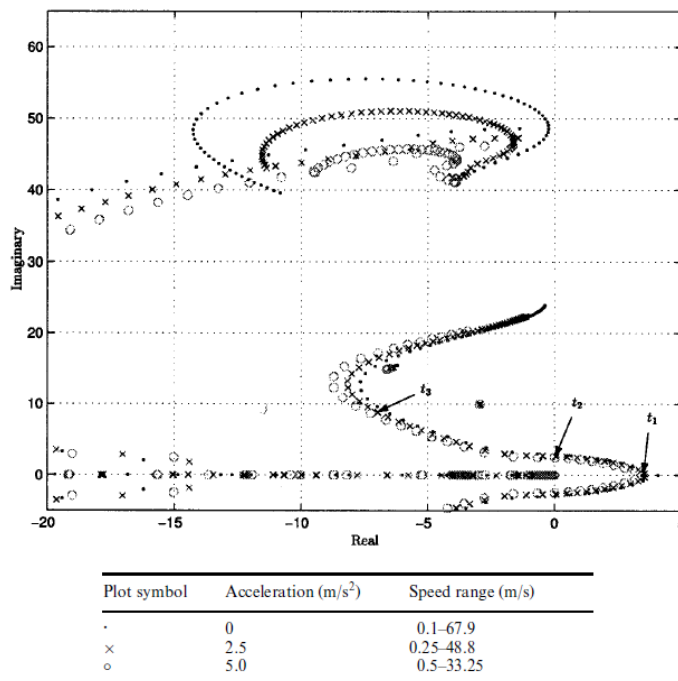


Figura 5.4-1 Aceleración en superficies planas

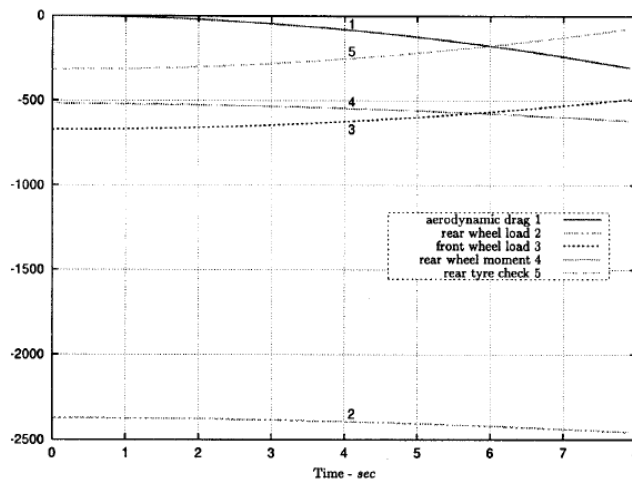


Figura 5.4-2: Cargas en los neumáticos, momento en la rueda trasera, carga aerodinámica y fuerza longitudinal en el neumático trasero. Para una aceleración de 5 m/s^2

Ya hemos visto que cuesta abajo se tiende a desestabilizar el wobble mientras que el weave permanece relativamente inafectado (constante). Es de esperar que estas tendencias se reproduzcan en los estudios de deceleración porque las fuerzas inerciales

en deceleración son equivalentes a las fuerzas gravitacionales cuesta abajo. La figura 5.4-3 muestra que estas expectativas son mayormente ciertas y se puede ver que el wobble se vuelve significativamente menos estable en frenada y sus efectos se exageran cuanto más brusca es la deceleración. Esta figura también muestra que el weave apenas es afectado por la frenada. Como ocurre con el caso de bajada, el weave se ve más afectado a velocidades muy bajas.

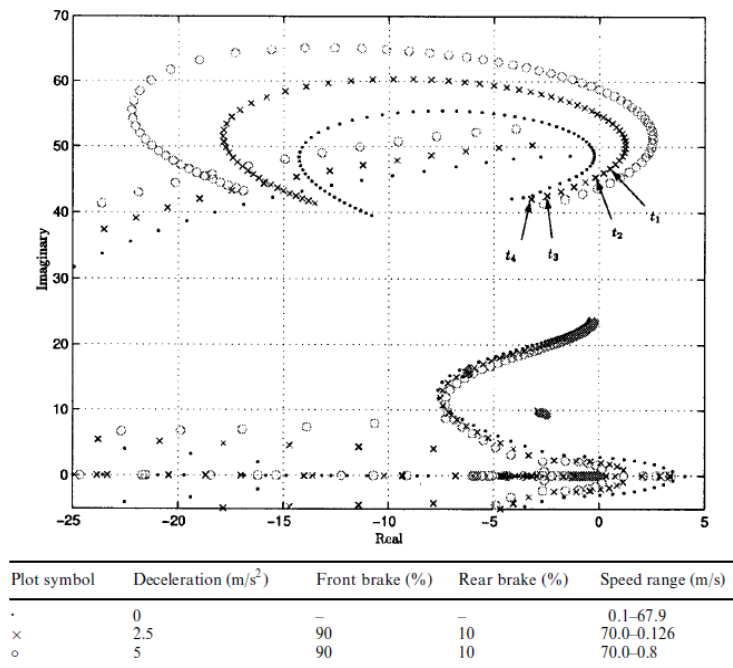


Figura 5.4-3: Deceleración en superficies planas.

Todo piloto sabe que el uso correcto de los frenos es vital para la seguridad. En particular, un uso excesivo de los frenos traseros no se debe hacer nunca a alta velocidad, especialmente si se requiere una frenada brusca en una situación de emergencia. Este error puede concluir en un accidente si se realiza un uso abusivo del freno trasero en curva debido a que la rueda trasera patina provocando la pérdida del control de la motocicleta.

La figura 5.4-4 muestra gráficas para la deceleración de 2,5 m/s². En un caso, el freno delantero produce la frenada mientras que en el otro caso se usa el freno trasero. Puede verse que usando el freno delantero desestabiliza poco el wobble, mientras que una frenada con la rueda trasera sería preferible a velocidades muy bajas. El mayor efecto desestabilizador de frenado con rueda delantera puede verse en las figuras 5.4-4 y 5.4-5. En la figura 5.4-4 las amplitudes del wobble son mayores que en la figura 5.4-5. Se

puede concluir que los cambios de la estrategia de frenado no tienen un impacto elevado en la estabilidad de la motocicleta.

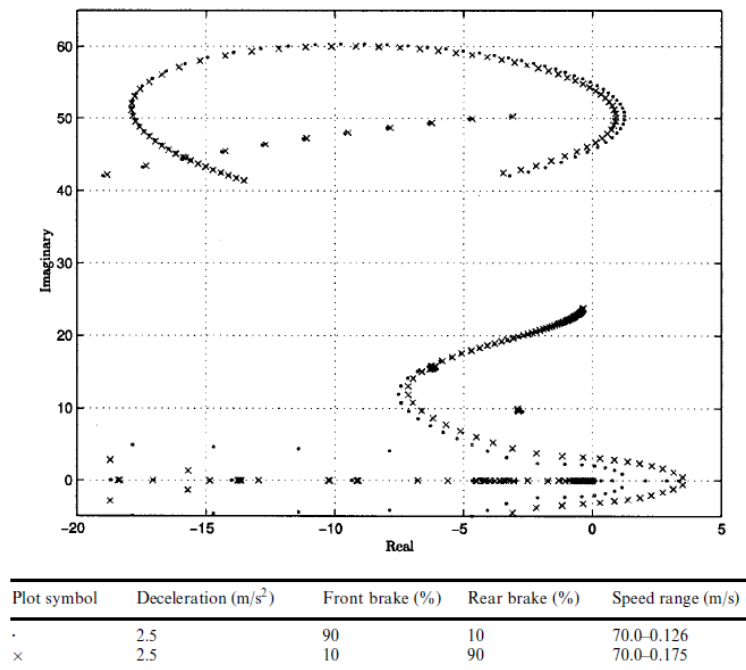


Figura 5.4-4: Diferentes condiciones de frenado. Deceleración de $2,5 \text{ m/s}^2$

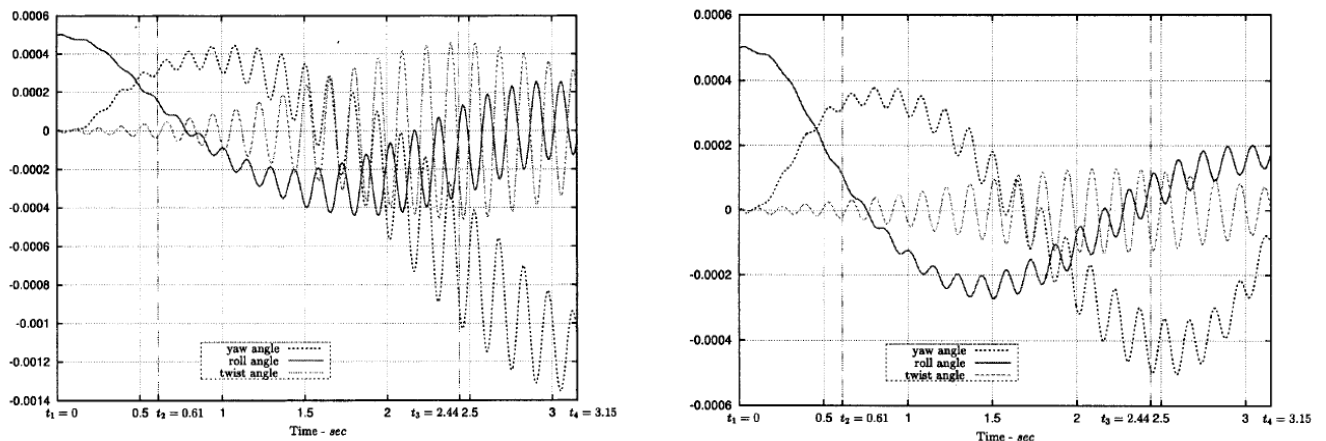


Figura 5.4-5(izda.): Comportamiento de la motocicleta para una deceleración de $2,5 \text{ m/s}^2$ con 90% del frenado en la rueda delantera.

Figura 5.4-6(dcha.): Comportamiento de la motocicleta para una deceleración de $2,5 \text{ m/s}^2$ con 90% del frenado en la rueda trasera.

5.5 INFLUENCIA DE LA CARRETERA

Los resultados se basan en que hay fuerzas de la calzada asociadas con las dos ruedas y que hay un retraso entre las señales de fuerza de la rueda delantera y la trasera.

Los resultados muestran que bajo ciertas condiciones de viraje, las ondulaciones regulares de cierta longitud de onda pueden causar serias oscilaciones de la dirección. A bajas velocidades, la motocicleta es susceptible a las fuerzas producidas por la calzada las cuales excitan los modos de vibración wobble y pitch. A altas velocidades, los modos de vibración que se vuelven inestables son weave y front wheel hop.

La influencia de la carretera en la estabilidad de las motocicletas se estudió a partir de la existencia de un amplio número de accidentes que no involucran a ningún otro vehículo ni persona. Los costes asociados con estos accidentes pueden llegar a los dos millones de euros, hecho que hace que la determinación de sus causas sea necesaria.

Pese a que este tipo de accidentes siempre han tenido lugar, no se han estudiado hasta que no se ha podido tener datos fiables de los parámetros mecánicos involucrados y por las siguientes razones: carencia de testigos, atribución del accidente a errores del piloto, condiciones de contorno muy influyentes.

Pese a que los datos se basan principalmente en hechos anecdóticos tienen gran concordancia entre ellos. Estas inestabilidades son muy difíciles de simular en un laboratorio.

Se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- Los modos de vibración wobble y pitch se ven expuestos a fuerzas resonantes debido al perfil de la calzada en torno a los 13 m/s
- Los modos de vibración weave y Front wheel hop son vulnerables de manera similar a altas velocidades.
- El wobble se excita bajo una condición en la carretera de una longitud de onda de unos 1,7 m. Que produce una frecuencia en torno a los 7,6 Hz a una velocidad de 13 m/s. Es suficiente que esta excitación dure unos dos o tres segundos para que la resonancia tenga lugar.
- Si una motocicleta es excitada por ondulaciones regulares de la carretera, la respuesta del vehículo es muy peligrosa si hay resonancia con dichas

ondulaciones. Un ángulo de vuelco de unos 15° representa el peor de los casos, para ángulos menores, las fuerzas de la calzada apenas se acoplan a las respuestas laterales y para ángulos mayores el amortiguamiento es generalmente mayor.

5.6 INFLUENCIA DEL PILOTO

Estudios sobre la influencia del piloto han sido incluidos en numerosos modelos de simulación pero hay poco conocimiento a la hora de escoger el valor de los parámetros para la rigidez y el amortiguamiento del cuerpo del piloto.

Los resultados experimentales muestran que el piloto debe tener permitida la traslación lateral de la cadera y la rotación de la parte superior del cuerpo con relación a la cadera. La inclinación del piloto desacoplada de la dinámica de la moto tiene una frecuencia natural de 1,27 Hz y un factor de amortiguamiento de 0,485.

Los resultados de simulación también muestran que la tensión de los músculos del piloto estabilizan sólo un poco el wobble.

La estabilidad del wobble está fuertemente influenciada por las condiciones de contorno impuestas en el tren delantero y en el sistema de dirección. Por tanto, los movimientos del piloto cuando la motocicleta sufre wobble afectará a las condiciones de contorno del tren delantero y contribuirán a determinar su estabilidad, especialmente cuando el piloto entre en tensión como resultado de experimentar una oscilación peligrosa. Esto produce un bucle en el cual el piloto trata de controlar las vibraciones de la dirección con sus brazos, las fuerzas de los brazos repercuten en los hombros y en la parte superior del cuerpo que participa en la vibración y afecta a la movilidad de la dirección. Para modelar este bucle de manera realista se debe permitir la guiñada de la parte superior del cuerpo del piloto y añadir valores sobre la contribución del piloto. Los resultados indican que la tensión de los músculos proporcionan una rigidez moderada y poco amortiguamiento.

La parte superior del piloto tiene libertad de guiñada e inclinación relativa al bastidor. Los brazos del piloto contribuyen ligeramente a la inercia del tren delantero. La contribución de la inercia de giro puede tomarse como $0,103 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$, y la rigidez de la

dirección y el amortiguamiento son $3,2 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ y $0,72 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ para una conducción relajada y $60 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ y $1,8 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ para una conducción tensa.

Las figuras 5.6-1 y 5.6-2 muestran la diferencia entre una conducción relajada y una conducción tensa mientras tiene lugar la inestabilidad.

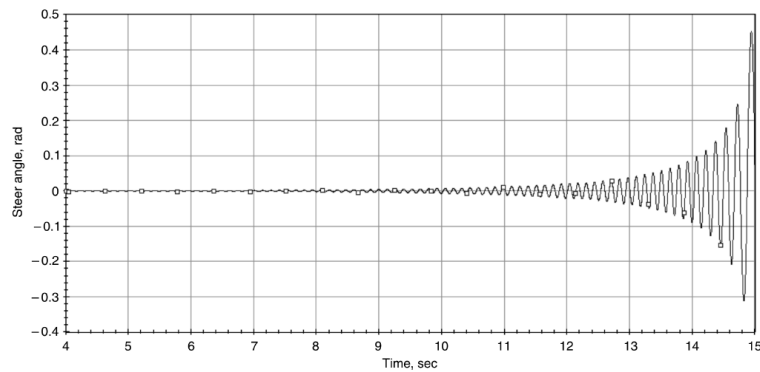


Figura 5.6-1: Giro de la dirección con conducción tensa a 50 m/s

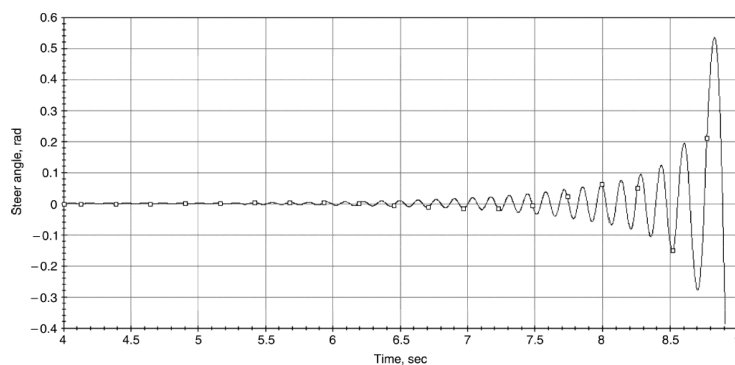


Figura 5.6-2: Giro de la dirección con conducción relajada a 50 m/s

La respuesta del piloto a una situación de accidente debe de ser primero tensar ambos brazos y el torso lo que sólo estabilizaría el wobble de manera pequeña. La dificultad principal para el piloto es que sus contribuciones a estabilizar la motocicleta son insuficientes, especialmente una vez que ha empezado la excitación, puesto que la amplitud aumentará rápidamente.

La manera de la que un piloto puede prevenir tener problemas serios con el wobble es aumentar el coeficiente de amortiguamiento del amortiguador de la dirección, teniendo en cuenta que esto puede empeorar otros aspectos del comportamiento de la motocicleta.

5.7 PARÁMETROS INVOLUCRADOS.

La frecuencia del wobble está en un rango desde unos 4 Hz para motocicletas pesadas hasta 10 Hz para motocicletas ligeras y no es excesivamente dependiente de la velocidad. Debemos tener en cuenta que el coeficiente de amortiguamiento depende mucho de las condiciones de contorno en la dirección y no es demasiado constante.

La menor amortiguación ocurre a moderada velocidad o a alta velocidad, dependiendo de la rigidez del bastidor. También es importante la distribución de esta rigidez. La flexibilidad de la horquilla, la cual también influye en el wobble ha evolucionado en los últimos años haciendo horquillas de mayor rigidez que antes.

Cabe destacar que ciertas combinaciones de accesorios montados fijamente pueden mejorar la estabilidad de la moto pero empeoran su rendimiento a diferentes velocidades y modos de vibración. Las acciones del piloto influyen ampliamente los resultados de las inestabilidades. También se puede excitar el modo wobble a moderada velocidad por efectos de la aerodinámica.

También es posible que las ruedas al rotar causen resonancias que produzcan wobble. Las peores condiciones para este fenómeno llegan cuando la rigidez del bastidor amortigua lo mínimo posible y coincide con la frecuencia de rotación de la rueda y la frecuencia natural del wobble. Esto puede apreciarse en la figura 5.7-1.

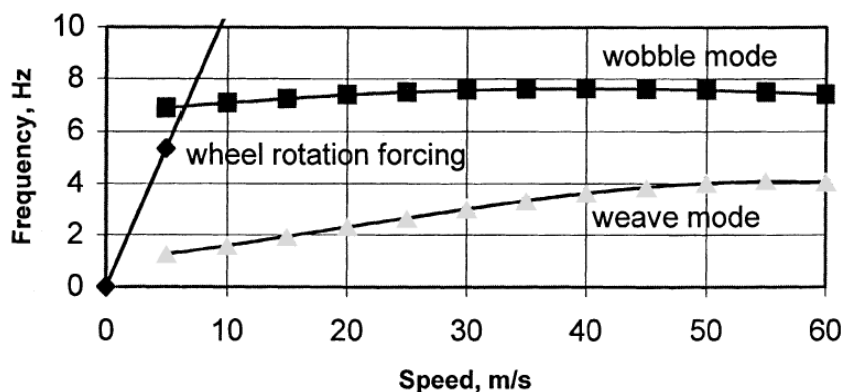


Figura 5.7-1: Frecuencias naturales de weave, wobble y de la rotación de la rueda en función de la velocidad.

El siguiente ejemplo ilustra el amortiguamiento del wobble a velocidad media.

Parámetro nº	Descripción del parámetro incrementado un 10 % de su valor inicial.
1	Longitud de relajación del neumático delantero
2	Masa del tren delantero
3	Distancia entre el CDG del tren trasero al CDG de la motocicleta
4	Inercia del bastidor respecto al eje de guiñada
5	Altura del CDG del tren delantero
6	Rigidez de inclinación del torso del piloto
7	Altura del eje de dirección
8	Masa del bastidor
9	Distancia horizontal entre el CDG del piloto y de la motocicleta
10	Rigidez torsional del neumático delantero
11	Masa del torso del piloto
12	Longitud de relajación del neumático trasero
13	Masa del tren trasero
14	Radio de la rueda delantera
15	Momento de inercia de la rueda delantera
16	Distancia perpendicular entre el CDG del tren delantero y el eje de dirección
17	Ángulo de avance
18	Rigidez torsional del neumático trasero
19	Ángulo de giro
20	Altura del CDG de la motocicleta
21	Amortiguación asociada con la inclinación del piloto
22	Distancia entre el CDG de la motocicleta y el centro de la rueda trasera
23	Rigidez de giro del conjunto de dirección
24	Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador de la dirección
25	Distancia longitudinal del CDG al centro de la rueda delantera

Tabla 5.7-1: Parámetros influyentes en el wobble

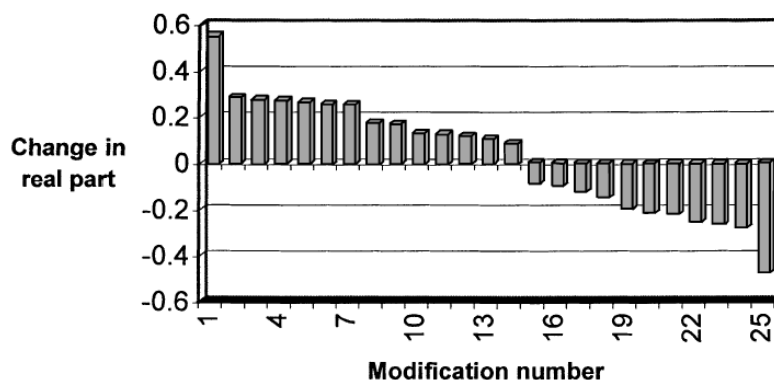


Figura 5.7-2: Cambios en wobble de media velocidad.

Los parámetros del 1 al 14 deben ser disminuidos para mejorar la estabilidad y los parámetros del 15 al 25 aumentados.

También podemos analizar los cambios en el amortiguamiento del wobble al incrementarlos un 10 por ciento de su valor inicial y mostrar el efecto que causan dependiendo de la velocidad. Esto se muestra en la siguiente tabla, en la que el gris claro representa los 10 m/s, el gris los 20 m/s y el gris oscuro los 30 m/s

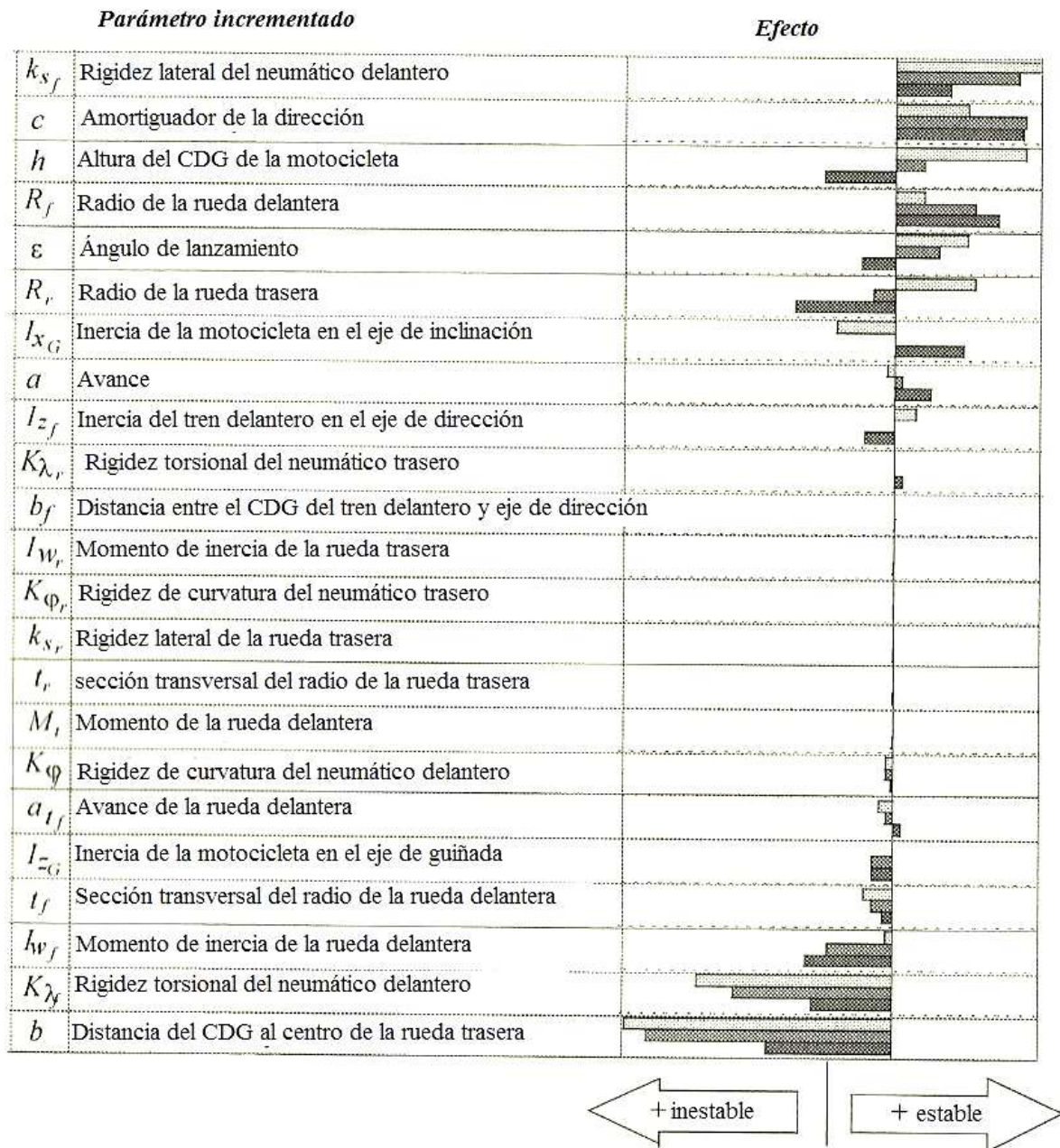


Tabla 5.7-3: Parámetros influyentes según la velocidad

5.8 CREENCIAS POPULARES ACERCA DE CÓMO MINIMIZAR EL WOBBLE

Las inestabilidades en el tren delantero de la motocicleta siempre han sido conocidas por los pilotos y debido a su gran influencia en la seguridad hay ciertas creencias publicadas en revistas y foros en torno a este tema.

Todo el mundo parece coincidir en que el wobble puede ocurrir a cualquier velocidad y que es muy importante mantener los neumáticos en buen estado y con una presión adecuada, lo cual es cierto. También cabe destacar, la coincidencia en que es necesario cambiar de velocidad lo más rápido posible, ya sea acelerando o frenando.

A partir de ahí, empiezan a producirse contradicciones siendo la creencia más impactante sobre cómo hacer que se amortigüe el wobble la de presionar el acelerador y levantar la rueda delantera de la calzada, lo cual, en estas condiciones de inestabilidad nunca es seguro.

Por otra parte, un factor contribuyente de la estabilidad es la posición del cuerpo y el agarre en los semimanillares.

En cuanto al agarre de los semimanillares encontramos dos creencias opuestas: mantener firmemente el manillar para absorber la inestabilidad con el cuerpo mientras se frena con el freno delantero y mantener un agarre relajado en el manillar para que el piloto deba inclinarse hacia delante con el fin de mantener el torso estabilizado, añadir peso al tren delantero y mantener el contacto del neumático con la calzada. Las personas que apoyan esta última creencia se apoyan en lo siguiente: “Una posición del cuerpo más vertical hace que se transfiera más peso a la parte trasera, haciendo que la parte delantera se aligere. Además, el torso más vertical significa que el agarre en el manillar es más firme con el fin de estabilizar la parte superior del cuerpo. Ese agarre firme es perjudicial cuando el sistema de dirección trata de amortiguar las vibraciones provenientes del neumático delantero”.

Diversas pruebas en circuito muestran que el wobble tiene una elevada tendencia de producirse al soltar ambas manos del manillar, mientras que el weave (modo de vibración de toda la motocicleta muy confundido con el wobble) muestra tendencia a estabilizarse al agacharse el piloto o al ser éste más pesado.

Respecto al agarre del manillar, los estudios muestran que el cuerpo del piloto amortigua levemente la vibración, pero aún así, lo más conveniente es tensar los músculos y mantener un agarre firme.

En el siguiente apartado podemos ver posibles soluciones y mejoras basadas en estudios y pruebas científicas.

5.9 POSIBLES SOLUCIONES Y MEJORAS ANTE EL WOBBLE:

Aunque la frecuencia del wobble está principalmente determinada por el avance, la rigidez del neumático delantero y la inercia del tren delantero, su estabilidad está afectada por las condiciones del sistema de dirección.

El amortiguamiento, puede ser usado para controlar y reducir la tendencia de un sistema a oscilar, por lo tanto puede ser usado para reducir las vibraciones de la motocicleta.

El amortiguador de la dirección se conoce como una mejora tanto teórica como práctica para controlar el problema, pero es insatisfactorio desde otros puntos de vista, particularmente suele desestabilizar el weave.

Los amortiguadores hidráulicos de dirección correctamente ajustados son primordiales para reducir los efectos del wobble. Este dispositivo disipa la energía alrededor del eje de dirección haciendo la motocicleta más estable. También hay que tener en cuenta la elasticidad o “juego” en el sistema de dirección, ya que tiene un papel importante en la generación de este movimiento. Por eso debemos revisar periódicamente que todas las piezas estén fijadas correctamente.

El cuerpo del piloto es otra forma de amortiguación ya que, el cuerpo humano, está principalmente compuesto por tejido blando y absorbe la energía generada por el sistema. Como ya vimos, estos fenómenos se producen sobre todo cuando el piloto suelta las manos del manillar y su cuerpo no disipa la energía. Por tanto, es importante mantener siempre bien sujeto el manillar.

Otra forma importante de amortiguamiento son los neumáticos. Los neumáticos poseen la característica principal de un amortiguamiento viscoso y por tanto se comportan como amortiguadores ante movimientos laterales o de guiñada. Esto es conocido como

amortiguamiento de viraje y es muy importante en las inestabilidades direccionales como el weave y el wobble. Cabe destacar que sin éste amortiguamiento las motocicletas serían mucho más difíciles de controlar y mucho más propensas a desarrollar serias inestabilidades.

Ciertos estudios muestran que bajo ciertas condiciones de operación, algunas motocicletas son ligeramente amortiguadas cuando sufren inestables. La frecuencia del wobble está en torno a 8 Hz mientras que la del weave ronda los 3 Hz, aunque las gráficas exactas dependen de la velocidad y de los parámetros de la motocicleta. Las motocicletas actuales de altas prestaciones suelen contar con un amortiguador de la dirección, el cual produce un momento que se opone a la velocidad angular del subconjunto de dirección relativo al sistema de coordenadas principal. En las motocicletas con un tren delantero rígido, es necesario un amortiguador de la dirección para estabilizar el wobble a altas velocidades, en cambio, las motocicletas más flexibles requieren un amortiguador de la dirección a velocidades intermedias. A pesar de sus beneficios en la mejora del wobble, un amortiguador de la dirección tiene un efecto desestabilizador en el weave. Como resultado de este conflicto, sólo puede usarse un pequeño rango de coeficientes de amortiguador.

Establecer los coeficientes de amortiguación que proporcionan un óptimo compromiso entre weave y wobble es un hecho de considerable interés.

En vista a este compromiso de estabilizar ambos modos de vibración, podemos reemplazar el amortiguador de dirección convencional por una serie de elementos mecánicos interconectados que mantienen las características del amortiguador mientras que mejoran la estabilidad del modo weave. Esa mejora es debida al hecho de que estos elementos introducen una compensación de fase entre la velocidad angular relativa del sistema de dirección y el par de giro resultante.

La figura 5.9-1 muestra para un recorrido rectilíneo las raíces en relación a la velocidad. Cuando el coeficiente de amortiguación del amortiguador de la dirección es reducido de su valor nominal, el wobble se vuelve inestable (parte real positiva) a alta velocidad mientras que el weave a alta velocidad tiene un amortiguamiento mayor. El amortiguador tiene poca influencia en la frecuencia (parte imaginaria) asociada con

cualquiera de estos dos modos. Si reemplazamos por un inerte para el cual $K(s)=bs$, obtenemos el diagrama de la figura 5.9-2.

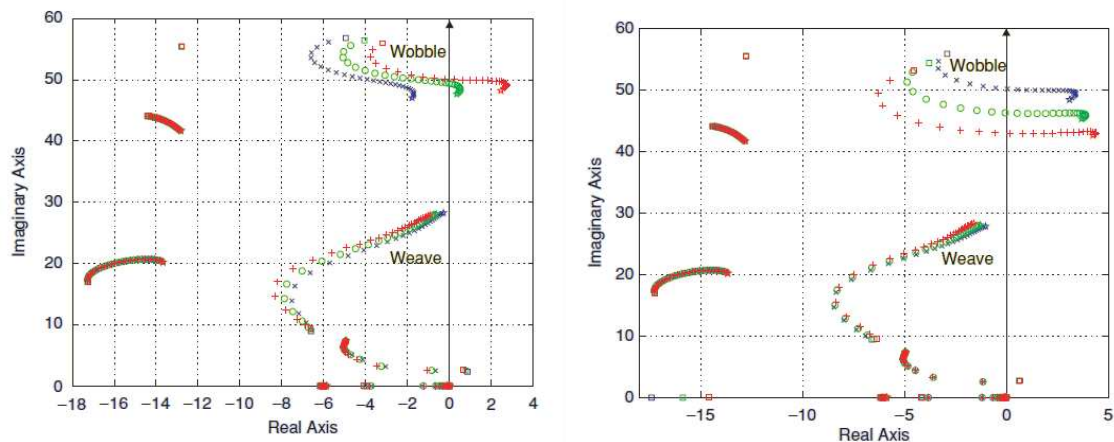


Figura 5.9-1 y 5.9-2: influencia del amortiguador de la dirección y del inerte respectivamente.

Para movimiento rectilíneo con velocidades entre los 5m/s y los 75 m/s

En la figura 5.9-1 se muestra los resultados sin amortiguador de la dirección, \circ un amortiguador de 3.94Nms/rad y $+$ de 0.94 Nms/rad. En la figura 5.8-2, se muestra los resultados sin inerte, \circ con un inerte de 0.1 Kgm² y $+$ con un inerte de 0.2 Kgm²

El inerte estabiliza el weave a altas velocidades pero tiene un efecto perjudicial en el amortiguamiento del wobble. La reducción de la frecuencia del wobble está causada por el aumento del momento de inercia del sistema de dirección. Si nos fijamos en el amortiguamiento de los modos weave y wobble, el inerte y el amortiguador de dirección tienen tendencias opuestas.

Estos resultados muestran que un conjunto mecánico que amortigüe el wobble entre las frecuencias de 5 y 9 Hz y que se comporte como un inerte a frecuencias más bajas asociadas con el weave sería lo óptimo.

La conexión en serie de un inerte y un amortiguador tendría la función de admitancia $scb/(sb+c)$, donde “b” y “c” son los coeficientes del inerte y el amortiguador respectivamente. La frecuencia de respuesta de esta función es similar a un inerte a frecuencias menores que la frecuencia de corte c/b . Esta función puede ser beneficiosa para el control simultáneo de weave y wobble.

Las características dinámicas de las motocicletas de altas prestaciones pueden mejorarse reemplazando el amortiguador de la dirección convencional con un compensador

mecánico pasivo de la dirección. El compensador de la dirección es un conjunto mecánico que consta de muelles, amortiguadores e inercers. El compensador mejora el amortiguamiento para los modos weave y wobble simultáneamente.

Los resultados muestran una gran mejora en comparación con los amortiguadores de dirección convencionales. Desde el punto de vista del “packaging”, un compensador de la dirección necesita ser pequeño y ligero y debería adaptarse al tamaño que ocupa normalmente un amortiguador de la dirección.

6 Propuesta de un modelo de simulación.

6.1 INTRODUCCIÓN AL MODELADO Y ENSAMBLAJE DE MOTOCICLETAS

Los componentes básicos del modelo de motocicleta válido para simulación son:

- Cuerpo separado para la parte delantera y trasera, los cuales se juntan permitiendo la movilidad del eje de giro.
- Parte trasera con libertad longitudinal, lateral y de cabeceo, tanto como movilidad angular de guiñada, cabeceo e inclinación.
- Las ruedas giran.
- Giro de la dirección del eje trasero relativo al eje delantero.
- Fuerzas en los neumáticos constantes, que permiten deslizamiento longitudinal.
- Introducción de “lags” (retardos) de primer orden que representan los efectos de relajación del neumático por los cuales las fuerzas y momentos en los neumáticos no responden inmediatamente a los cambios en su deslizamiento.
- Inclusión de efectos aerodinámicos por los que las cargas en el neumático deben responder adecuadamente con los cambios en la velocidad.
- Libertad del modelo de piloto para permitir el roll respecto a la parte trasera.
- Sistema de suspensión.

El ensamblaje estructural puede crearse definiendo un centro de conjunto y las direcciones principales de ensamblaje. Cada junta rígida del modelo puede convertirse en un centro de ensamblaje. Por ejemplo, la dirección está restringida en cabeceo y flexión respecto al bastidor pero se le permite el giro.

Se asume que la inercia de los cuerpos de unión es despreciable. Cada suspensión restringe el movimiento relativo entre la parte trasera y el chasis de manera no suspendida (sin amortiguación), y entre el chasis, el tren delantero y la suspensión en el caso de la suspensión delantera.

Cinco sistemas de suspensión diferentes con sus correspondientes sistemas de coordenadas se muestran en la siguiente figura: a- swingarm, b- 4-bar linkage, c- duolever, d- telescopic fork y e- telelever.

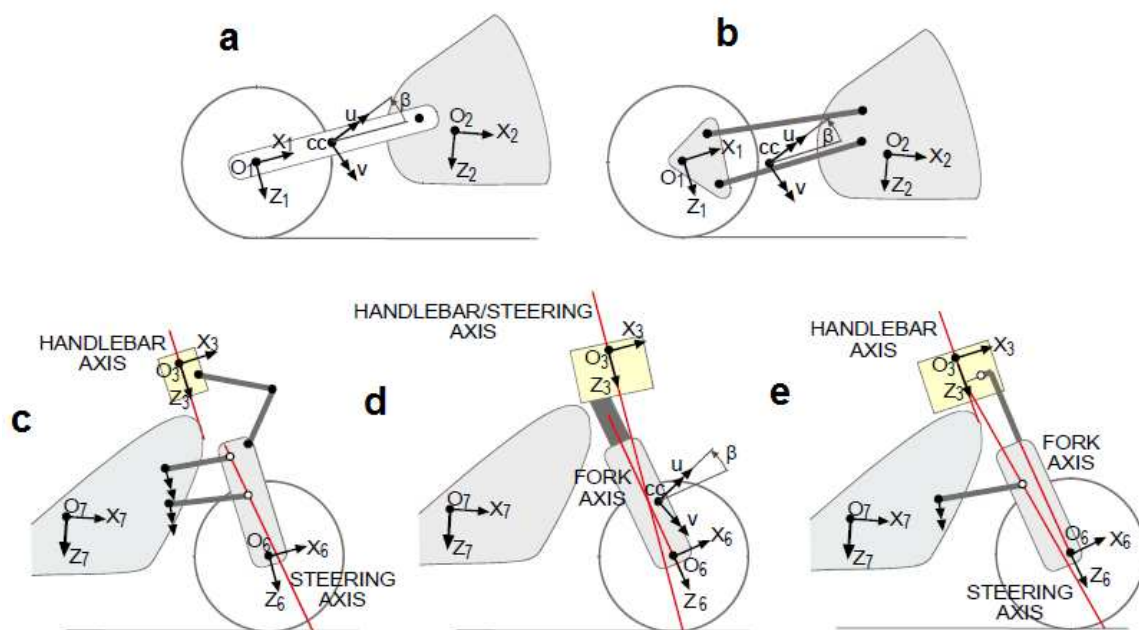


Figura 6.1-1: Sistemas de suspensión

La simulación de los vehículos en estado estacionario (la condición del vehículo, viene dada por su velocidad y aceleración lateral) es muy importante para los análisis paramétricos. Muchos parámetros de maniobrabilidad pueden obtenerse sin realizar simulaciones en el tiempo, ahorrando muchas horas de simulación debido a que el estado estacionario requiere la solución de ecuaciones algebraicas no lineales en lugar de la integración de ecuaciones diferenciales algebraicas.

Se debe tener en cuenta que muchos programas comerciales no permiten la simulación del estado estacionario y es necesario crear un bucle cerrado de tiempo para la evaluación del coeficiente de aceleración. Requieren más tiempo y un sistema de control que estabilice las inestabilidades intrínsecas del vehículo.

El análisis dependiente de la frecuencia es una aproximación eficiente para la evaluación de la estabilidad del vehículo y la estimación de algunos parámetros de maniobrabilidad y no requiere ninguna simulación dependiente del tiempo. Más detalladamente, primero las condiciones de equilibrio a cierta velocidad se computan resolviendo las ecuaciones en estado estacionario y posteriormente son linearizadas según la configuración de las matrices A, B y C.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

Siendo “x” el vector de variables estáticas, “u” el vector de valores de entrada e “y” el valor de variables observadas. Los autovalores de A se obtienen (se consiguen las propiedades de estabilidad) resolviendo la siguiente ecuación:

$$y/u = C(sI - A)^{-1}B$$

Donde “s” es la variable de Laplace e “I” la matriz identidad.

6.2 INTRODUCCIÓN AL MODELADO EN 3D DEL PROTOTIPO

Para estudiar el comportamiento de la motocicleta del equipo Moto-Maqlab UC3M, hemos realizado un modelado 3D, con el programa Pro-Engineer Wildfire 5.0.

Una vez modelada cada una de las piezas, se ensamblaron los diferentes subconjuntos, que constituyen las partes principales de la motocicleta. Esos subconjuntos, a su vez, formarán el conjunto final.

Como se citó anteriormente, no se han modelado todos los elementos que componen la motocicleta como pueden ser el carenado, los tornillos... teniendo solo en cuenta las piezas necesarias para la simulación del comportamiento de la misma. Además, elementos como las llantas, se han simplificado, ya que a efectos de la simulación no

tiene sentido reproducir exactamente una geometría tan compleja pero se han conservado las propiedades físicas de la pieza real.

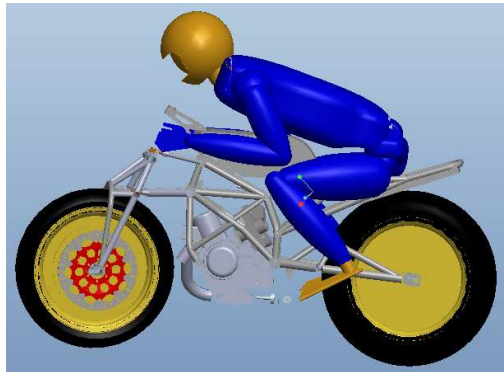


Figura 6.2-1: Modelo de la motocicleta

6.3 SUBCONJUNTOS

A continuación describiremos los distintos subconjuntos de los que está compuesto el modelo con el que vamos a realizar las simulaciones, así como las distintas uniones entre elementos.

Con el fin de poder percibir de manera más global nuestro modelo, procedemos a agrupar los componentes y comentar sus aspectos más destacables en lo que a simulación se refiere.

6.3.1 Chasis-motor-piloto

Todos los componentes de este subconjunto se encuentran dentro del mismo ensamblaje, por lo que a efectos de simulación se comportarán como un único sólido rígido.

Se encuentra formado por los siguientes elementos: chasis, motor, piloto, subchasis y depósito de combustible.

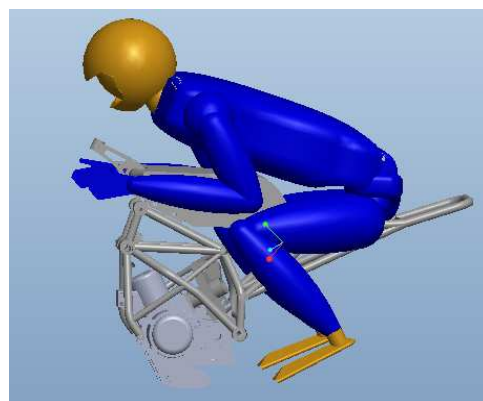


Figura 6.3.1-1: Subconjunto chasis-motor-piloto.

Chasis

El chasis es de tipo tubular de acero aleado, debido a la búsqueda de elevada rigidez y bajo peso, propio de una motocicleta de competición.



Figura 6.3.1-2: Chasis

Motor

Motor Gas Gas, monocilíndrico de 125 cc, 2t con refrigeración líquida proporcionado por la organización de la competición MotoStudent.

Éste irá anclado de manera que sea una parte estructural de chasis.

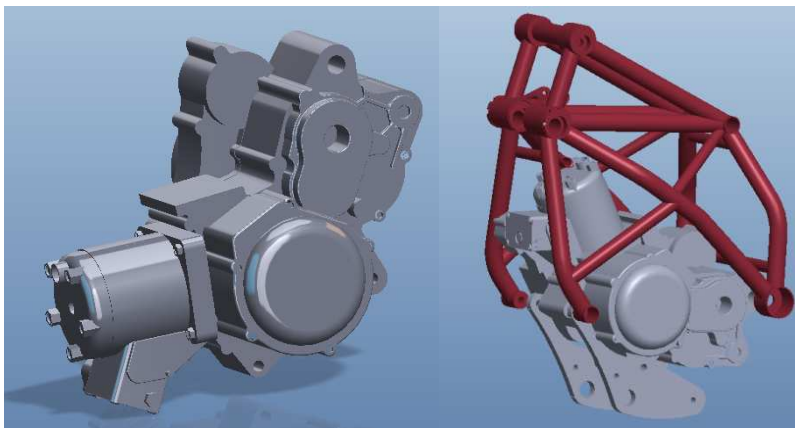


Figura 6.3.1-3: Motor 125c.c.

Depósito de combustible

El depósito de combustible tiene una capacidad de 8 litros y reposa sobre el chasis. Aunque su diseño en Pro-Engineer está simplificado, sus propiedades físicas que son las que influyen en las simulaciones son las reales.

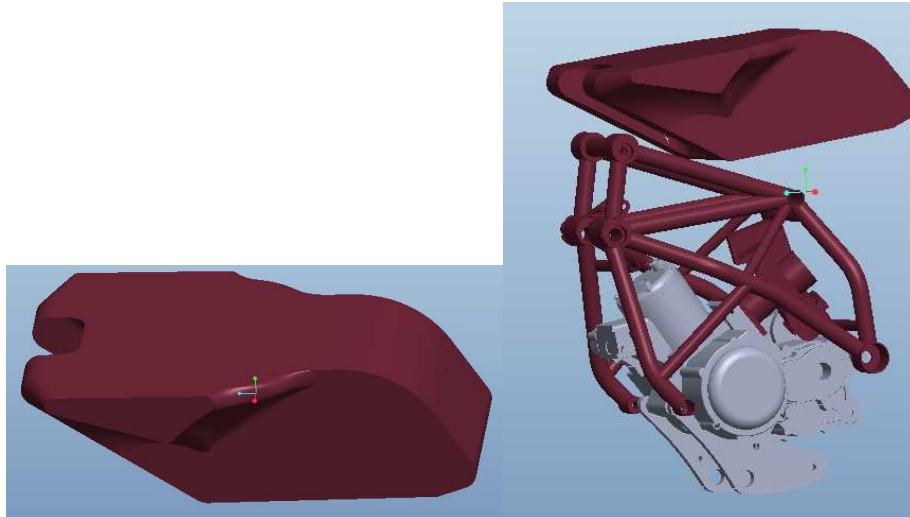


Figura 6.3.1-4: Depósito de combustible.

Subchasis

El subchasis es de estructura multitubular y va anclada al chasis, cuya función principal es la de servir de soporte al piloto. En él van alojadas la batería y centralita.

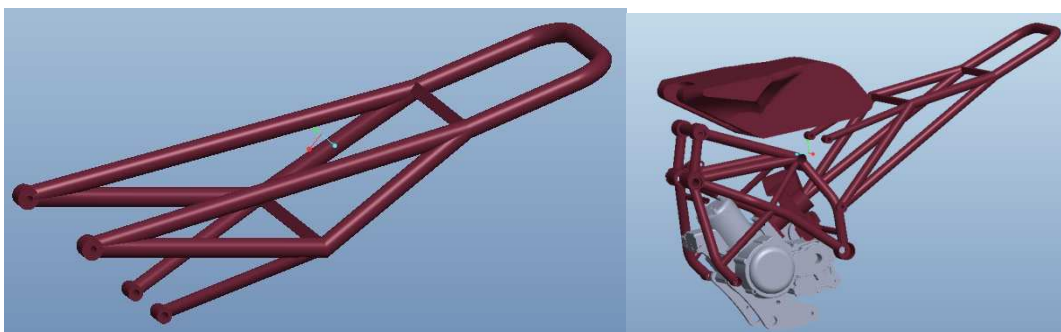


Figura 6.3.1-5: Subchasis.

Piloto

Extraído de las librerías del programa, se ha fijado su posición siendo ésta similar a la que tomaría un piloto en una carrera.

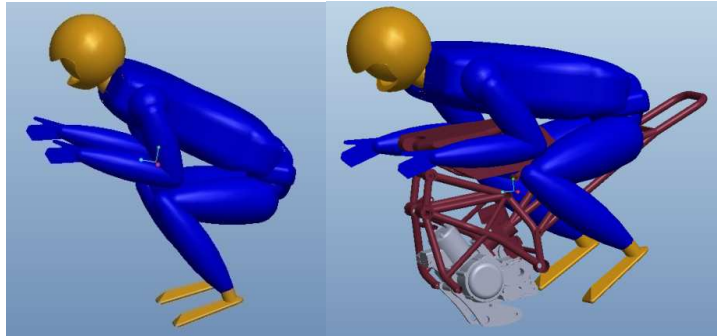


Figura 6.3.1-6: Piloto.

Basculante

Sirve de enlace entre el chasis y la rueda trasera. Pivota en torno a su anclaje al chasis, permitiendo la actuación del sistema de suspensión trasera, al cual se encuentra unido mediante un balancín.

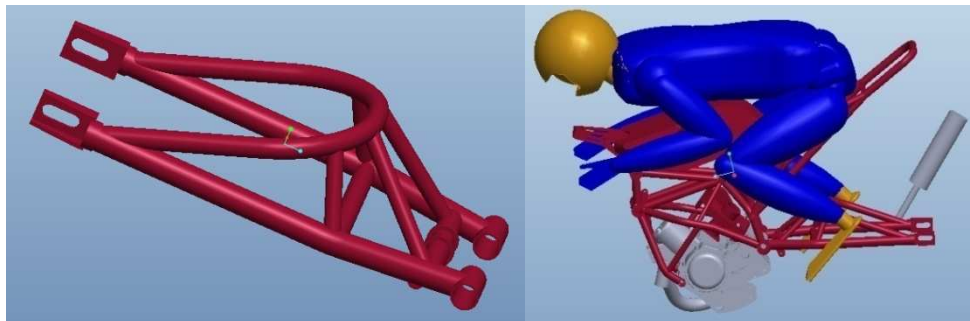


Figura 6.3.1-7: Basculante.

6.3.2 Suspensión delantera

Todos los elementos de este subconjunto tendrán movimientos relativos limitados por su tipo de sujeción al resto del conjunto.

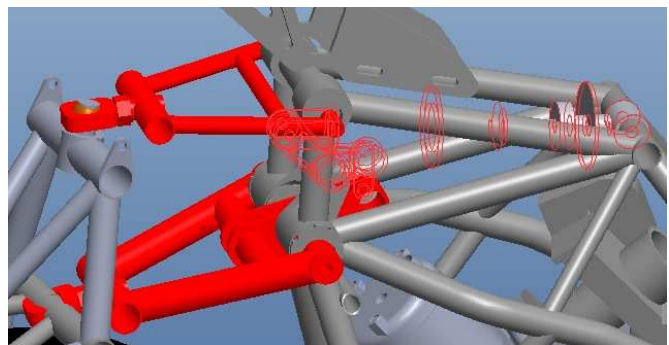


Figura 6.3.2-1: Suspensión delantera tipo paralelogramo.

Triángulo inferior

Se encuentra unido al chasis mediante juntas cilíndricas, por lo que sólo tendrá permitidos giros en torno a su eje. En su otro extremo va anclada la horquilla mediante un rodamiento esférico.

En el elemento resaltado en naranja irá anclado el cuerpo del amortiguador delantero.

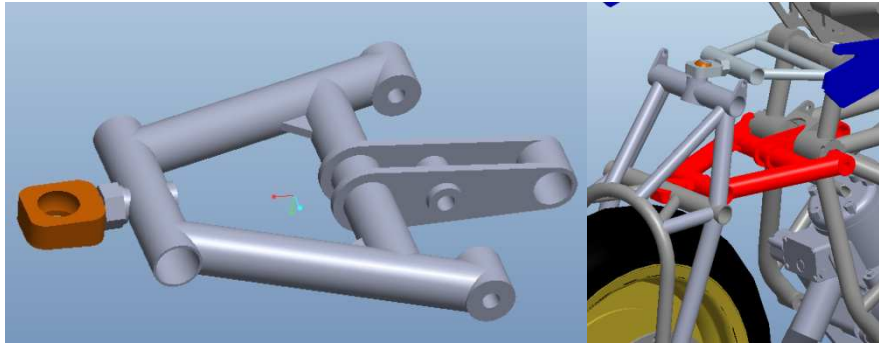


Figura 6.3.2-2: Triángulo inferior suspensión.

Amortiguador

Se encargará de absorber la energía proveniente de baches, disminuyendo las oscilaciones no deseadas y ayudando de este modo a mantener en todo momento el contacto rueda-suelo.

Irán anclados al triángulo inferior mediante el cuerpo y al chasis mediante el vástago.

Cabe destacar que no existe una pieza modelada que se corresponda con el resorte, ya que éste es definido como una fuerza caracterizada por diversos parámetros en Pro Engineer.



Figura 6.3.2-3: Amortiguador delantero.

Triángulo superior

Se encuentra unido al chasis y horquilla de manera análoga al triángulo inferior. Difiere levemente del triángulo inferior en las dimensiones, ya que las dimensiones de ambos vienen definidas por el tipo de recorrido requerido en la suspensión delantera.

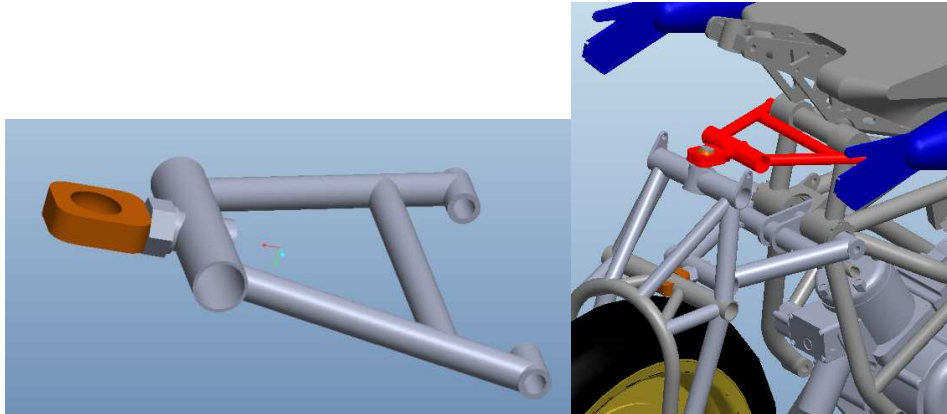


Figura 6.3.2-4: Triángulo superior suspensión.

Horquilla

Se encuentra conectada al chasis mediante juntas esféricas a los triángulos superior e inferior. Por su extremo superior ira relacionado con el sistema de dirección que explicaremos más adelante.

El conjunto de la horquilla junto con los triángulos de la suspensión forma un mecanismo que define un paralelogramo articulado, obteniendo así este tipo de suspensión su nombre.

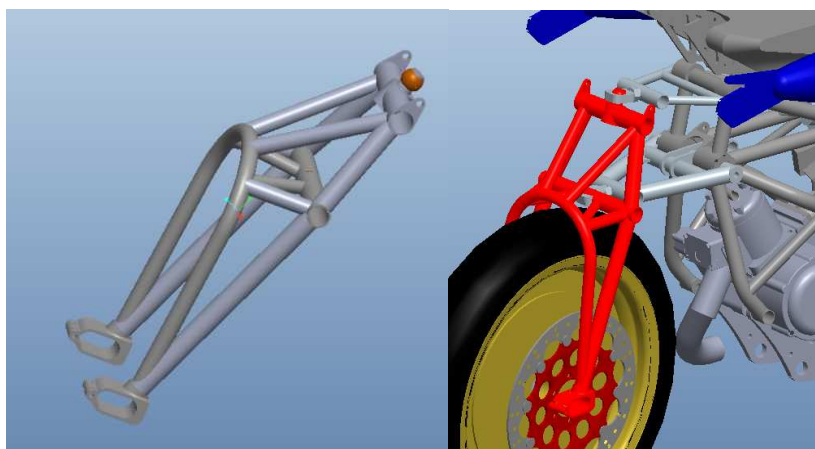


Figura 6.3.2-5: Horquilla paralelogramo.

6.3.3 Sistema de dirección

Debido a la suspensión de tipo paralelogramo, ha sido necesario recurrir a un sistema de dirección de compás. Dicho sistema se encuentra formado por dos triángulos, el inferior unido a la horquilla y el superior a la tija, en la cual se acoplan los semimanillares. A Su vez, los triángulos estarán unidos entre sí mediante una junta esférica, con el fin de poder transmitir los movimientos de manera adecuada.

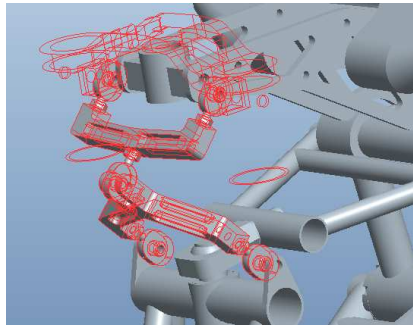


Figura 6.3.3-1: Sistema de dirección.

6.3.4 Suspensión trasera

En el “Reglamento Técnico” de MotoStudent I, se indica que en caso de uso de amortiguador en la suspensión trasera, se deberá utilizar el proporcionado por la organización, sólo estando permitido el cambio del muelle.

A la hora de diseñar la suspensión debe tenerse en cuenta que el comportamiento de la suspensión trasera repercute directamente en la delantera y viceversa.

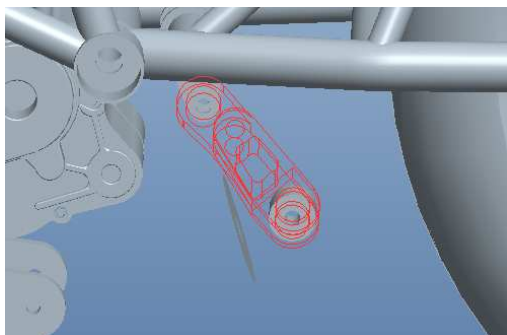


Figura 6.3.4-1: Balancín.

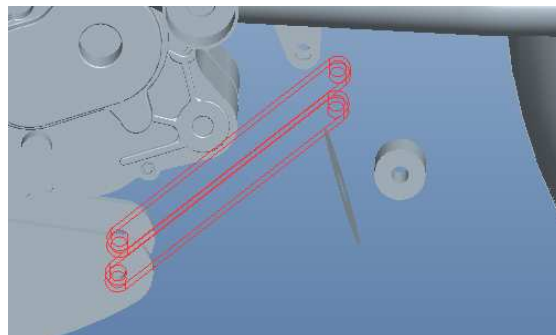


Figura 6.3.4-2: Tirante.

El amortiguador trasero va unido al balancín por el extremo del cuerpo y al chasis mediante el vástago.

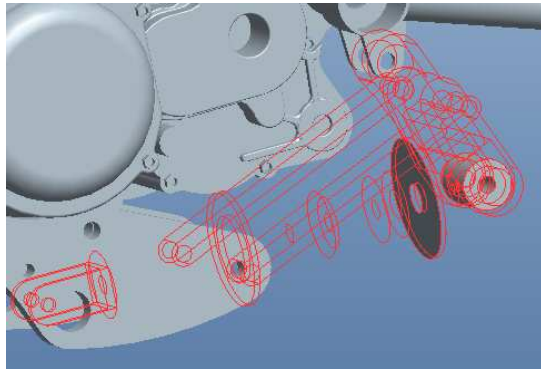


Figura 6.3.4-3: Amortiguador trasero.

6.3.5 Ruedas

Cada rueda estará formada por la llanta y el neumático, estando ambas partes incluidas dentro del mismo ensamblaje. A pesar de haber simplificado la geometría, los pesos e inercias de las llantas son equivalentes a los de las piezas originales.

El neumático delantero está caracterizado por una anchura de 95 milímetros, mientras que la del trasero es de 115 mm.

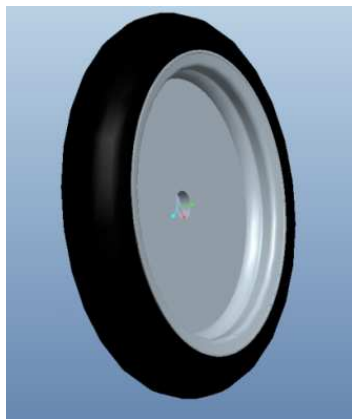


Figura 6.3.5-1: Ruedas.

6.4 UNIÓN ENTRE COMPONENTES

Para poder realizar la simulación se deben interrelacionar los distintos elementos añadiendo juntas para que existan movimientos relativos entre ellos.

En este apartado se van a representar en tablas los tipos de juntas empleados en cada unión de componentes y los elementos que se unen.

Las juntas utilizadas son traslacionales, de revolución y esféricas.

	Tipo de junta	Elemento 1	Elemento 2
1	Revolución	Chasis	Vástago
2	Traslacional	Cuerpo	Vástago
3	Revolución	Chasis	Tirante
4	Revolución	Chasis	Basculante
5	Revolución	Tirante	Balancín
6	Revolución	Basculante	Balancín
7	Revolución	Cuerpo	Balancín
8	Revolución	Basculante	Llanta

Tabla 6.4 -1: Juntas de unión de elementos comunes.

	Tipo de junta	Elemento 1	Elemento 2
1	Revolución	Eje de dirección	Chasis
2	Revolución	Triángulo superior de dirección	Semimanillares
3	Esférica	Triángulo superior de dirección	Triángulo inferior de dirección
4	Esférica	Triángulo superior de suspensión	Horquilla
5	Revolución	Triángulo inferior de dirección	Horquilla
6	Revolución	Triángulo inferior de suspensión	Cuerpo
7	Esférica	Triángulo inferior de suspensión	Horquilla
8	Revolución	Llanta	Horquilla
9	Traslacional	Vástago	Cuerpo
10	Revolución	Vástago	Chasis
11	Revolución	Triángulo superior de suspensión	Chasis
12	Revolución	Triángulo inferior de suspensión	Chasis

Tabla 6.4-2: Juntas de unión del modelo

6.5 SUSPENSIÓN

Aunque ya se han explicado los componentes de la suspensión, quedan por precisar los parámetros que definen el comportamiento de los amortiguadores y que se muestran en la siguiente tabla:

	Suspensión delantera	Suspensión trasera
Cte. De rigidez del muelle (k) [N/mm]	75	117
Precarga [N]	850	1200
Cte. de amortiguamiento (c) [N·s/mm]	5	5

Tabla 6.5-1: Parámetros de amortiguación de la suspensión

6.6 CONTACTO NEUMÁTICO-CALZADA

La geometría del contacto entre el neumático delantero y la calzada es una de las partes más complejas del modelado de una motocicleta y es muy importante para determinar el comportamiento de la misma.

Generalmente, se representa la rueda como un disco delgado y el punto de contacto se traslada por el canto de la rueda, lo cual no es del todo correcto.

La base para un correcto modelado de neumático es la “Fórmula mágica” (Magic formula). Cuyo primer desarrollo fue para neumáticos de coche. Posteriormente, fue modificada para los neumáticos de motocicleta.

La “Fórmula mágica” es un conjunto de ecuaciones que relacionan la carga, el deslizamiento longitudinal, el ángulo de deslizamiento, la fuerza lateral y el momento alineador. Además, restringe los parámetros para evitar que el comportamiento se vuelva incoherente en alguna condición de operación.

Asumir que la motocicleta tiene ruedas rígidas y que carece de ángulo de cabeceo es incompatible, ya que al girar el manillar, el punto de contacto del neumático delantero con la calzada se mueve verticalmente como si la calzada se desplazara hacia arriba para mantener el contacto.

Por último, para que nuestro modelo funcione correctamente será necesario definir un contacto entre los neumáticos y el suelo. Para este fin recurrimos al contacto 3D, ya que queremos que cuando la motocicleta se tumbe en una curva se sigan manteniendo las condiciones de contacto entre cualquier punto de la banda de rodadura y el suelo.

Mediante el contacto 3D controlaremos la fuerza de choque y la fricción entre los elementos definidos en este tipo de contacto.

La fuerza de choque viene caracterizada por la rigidez y el máximo coeficiente de amortiguamiento en la frontera de contacto entre las dos superficies, el exponente de la fuerza de deformación y la distancia de penetración a la que ocurre el máximo amortiguamiento. Podemos ver el valor de estos parámetros en la siguiente tabla.

Fuerza de choque	
Rigidez [N/m]	60
Exponente	3,5
Amortiguamiento máximo [N·s/mm]	10
Penetración [mm]	0,1016

Tabla 6.6-1: Parámetros de la fuerza de choque.

Respecto a la fuerza de fricción podemos distinguir dos tipos:

- Fuerza de fricción estática: es la fuerza que se debe superar para poder iniciar el movimiento de un cuerpo respecto a otro con el cual se encuentra en contacto.
- Fuerza de fricción dinámica: es la fuerza que se opone al movimiento una vez que éste ya ha comenzado.

Podemos ver el valor de sus parámetros en la siguiente tabla:

	Fricción estática	Fricción dinámica
Velocidad [mm/s]	0,1	0,5
Coeficiente	0,9	0,9

Tabla 6.6-2: Parámetros de la fuerza de fricción.

6.7 FRECUENCIAS PROPIAS DE LOS COMPONENTES DEL TREN DELANTERO.

A continuación se muestran los veinte primeros modos propios de vibración en Hz. de los componentes del tren delantero de la motocicleta.

Podemos observar que todos los componentes tienen seis modos rígidos y, por tanto, los seis primeros modos de vibración son cero.

Tirante delantero

1	0.000000e+00	8	1.820792e+04	15	4.910439e+04
2	6.594114e-04	9	2.248249e+04	16	4.972507e+04
3	6.774808e-04	10	2.304225e+04	17	6.021830e+04
4	1.502886e-03	11	3.152322e+04	18	6.027051e+04
5	2.585616e-03	12	3.648883e+04	19	7.043163e+04
6	2.838364e-03	13	4.066836e+04	20	7.057206e+04
7	1.107485e+04	14	4.378719e+04		

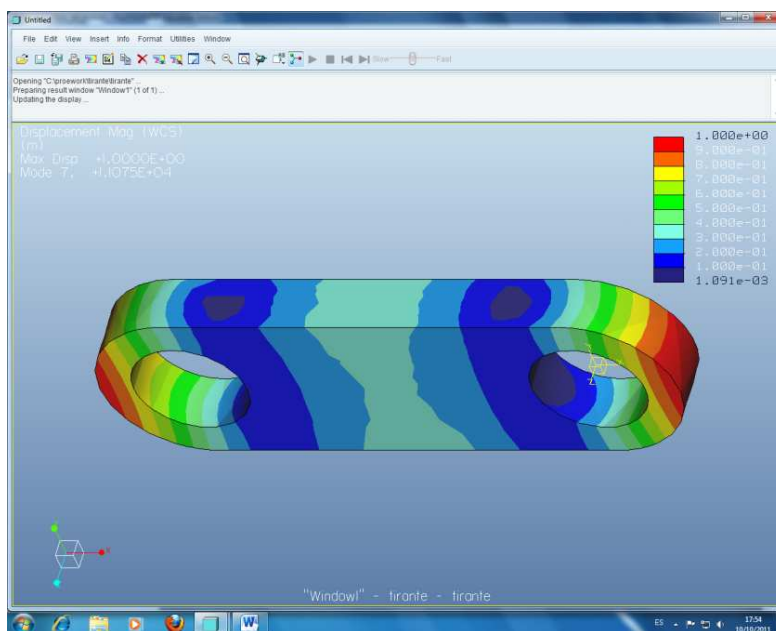


Imagen 6.7-1: tirante delantero

Vástago del amortiguador

1	0.000000e+00	8	2.641453e+03	15	7.071915e+03
2	0.000000e+00	9	3.387691e+03	16	7.217422e+03
3	0.000000e+00	10	3.692517e+03	17	1.208451e+04
4	0.000000e+00	11	3.724113e+03	18	1.219596e+04
5	0.000000e+00	12	4.251268e+03	19	1.297971e+04
6	6.958947e-04	13	4.261430e+03	20	1.300755e+04
7	2.631647e+03	14	7.062327e+03		

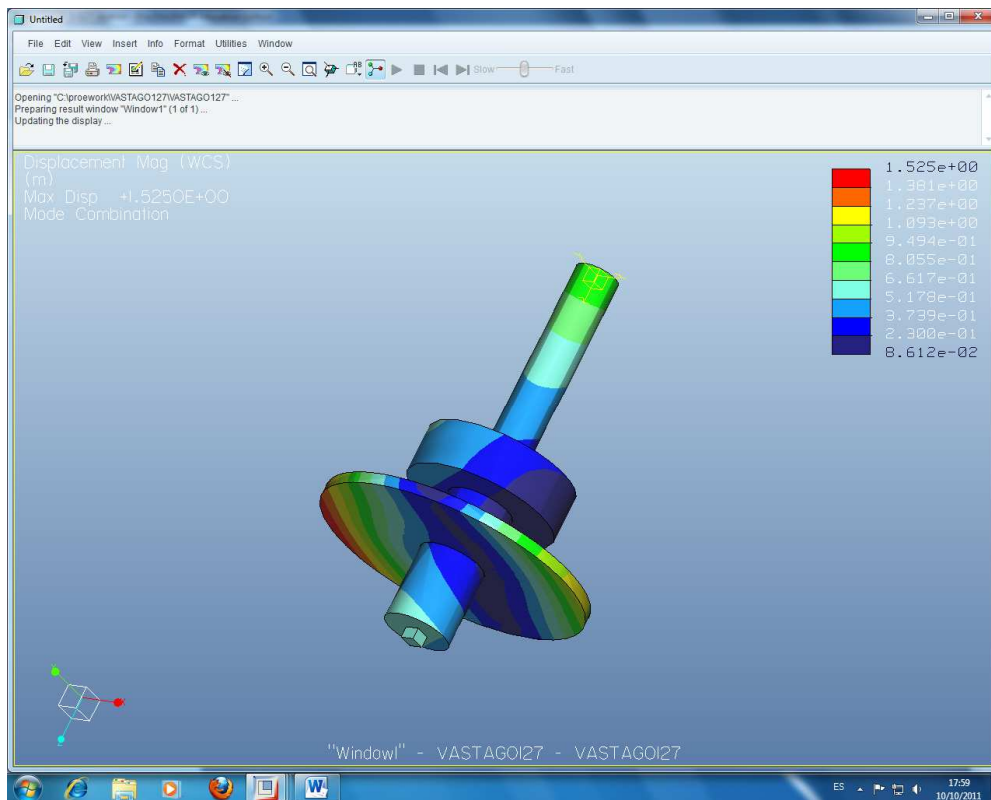


Imagen 6.7-2: vástago del amortiguador

Cilindro

1	0.000000e+00	8	1.653332e+03	15	8.992469e+03
2	0.000000e+00	9	5.376168e+03	16	9.109038e+03
3	0.000000e+00	10	6.148641e+03	17	1.092411e+04
4	2.986181e-04	11	6.251572e+03	18	1.195683e+04
5	8.963281e-04	12	6.550025e+03	19	1.203885e+04
6	1.362393e-03	13	6.732638e+03	20	1.211094e+04
7	1.527243e+03	14	8.504395e+03		

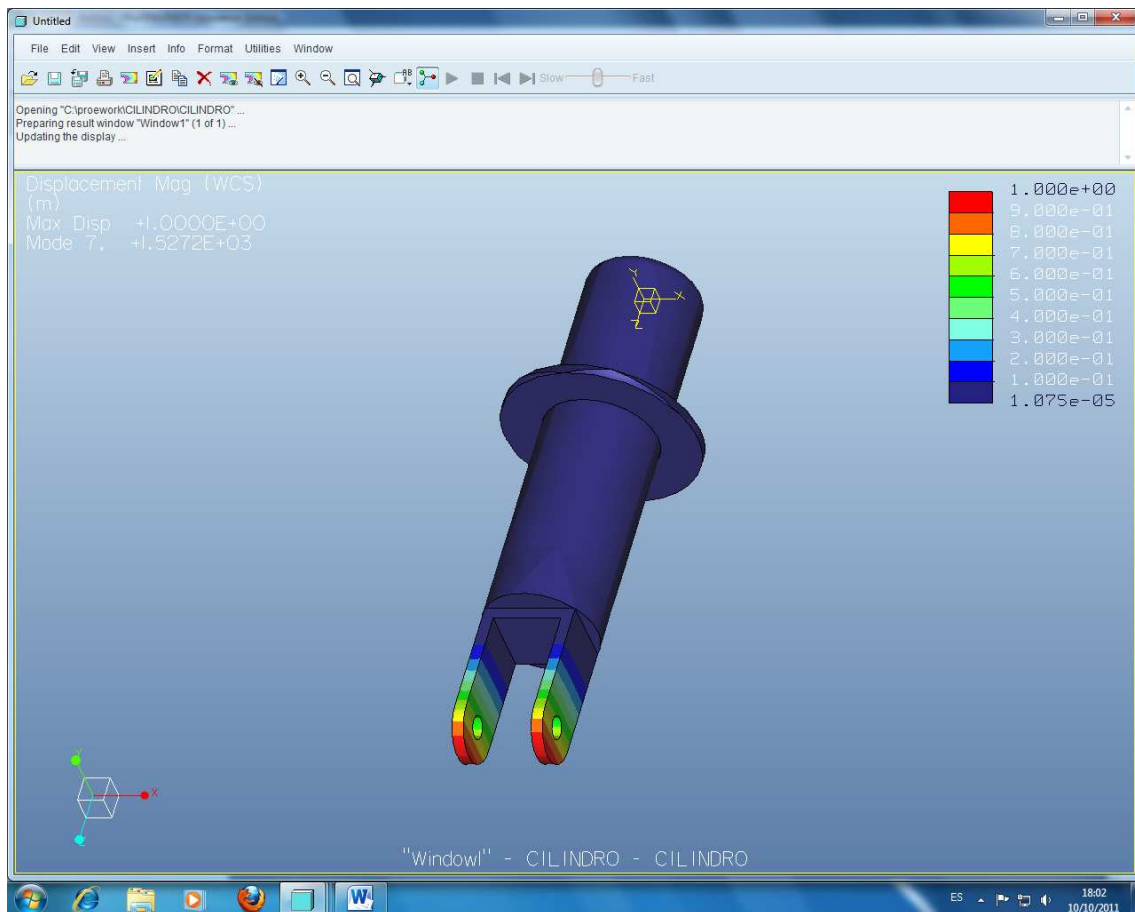


Imagen 6.7-3: cilindro

Balancín

1	0.000000e+00	8	4.696528e+03	15	1.471600e+04
2	0.000000e+00	9	6.302931e+03	16	1.614694e+04
3	2.426568e-03	10	8.803029e+03	17	1.667896e+04
4	2.496189e-03	11	9.687931e+03	18	1.866922e+04
5	7.188185e-03	12	9.996345e+03	19	2.118287e+04
6	8.102517e-03	13	1.326786e+04	20	2.198441e+04
7	4.427279e+03	14	1.458357e+04		

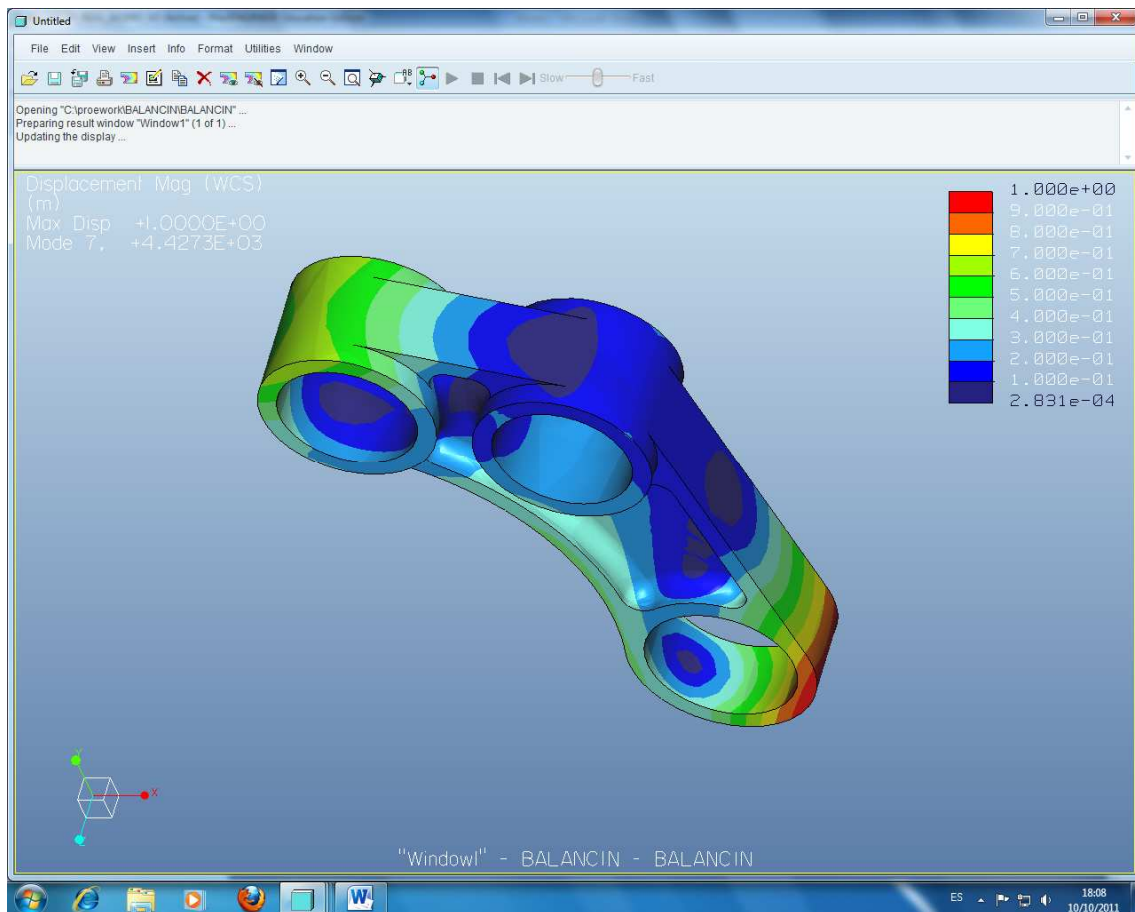


Imagen 6.7-4: balancín

Triángulo inferior de la dirección

1	0.000000e+00	8	3.047392e+03	15	1.032886e+04
2	0.000000e+00	9	3.684123e+03	16	1.139883e+04
3	0.000000e+00	10	4.332392e+03	17	1.464306e+04
4	8.159799e-04	11	6.167640e+03	18	1.521777e+04
5	1.336026e-03	12	6.923024e+03	19	1.700670e+04
6	1.621460e-03	13	6.988815e+03	20	1.868416e+04
7	2.308830e+03	14	8.553586e+03		

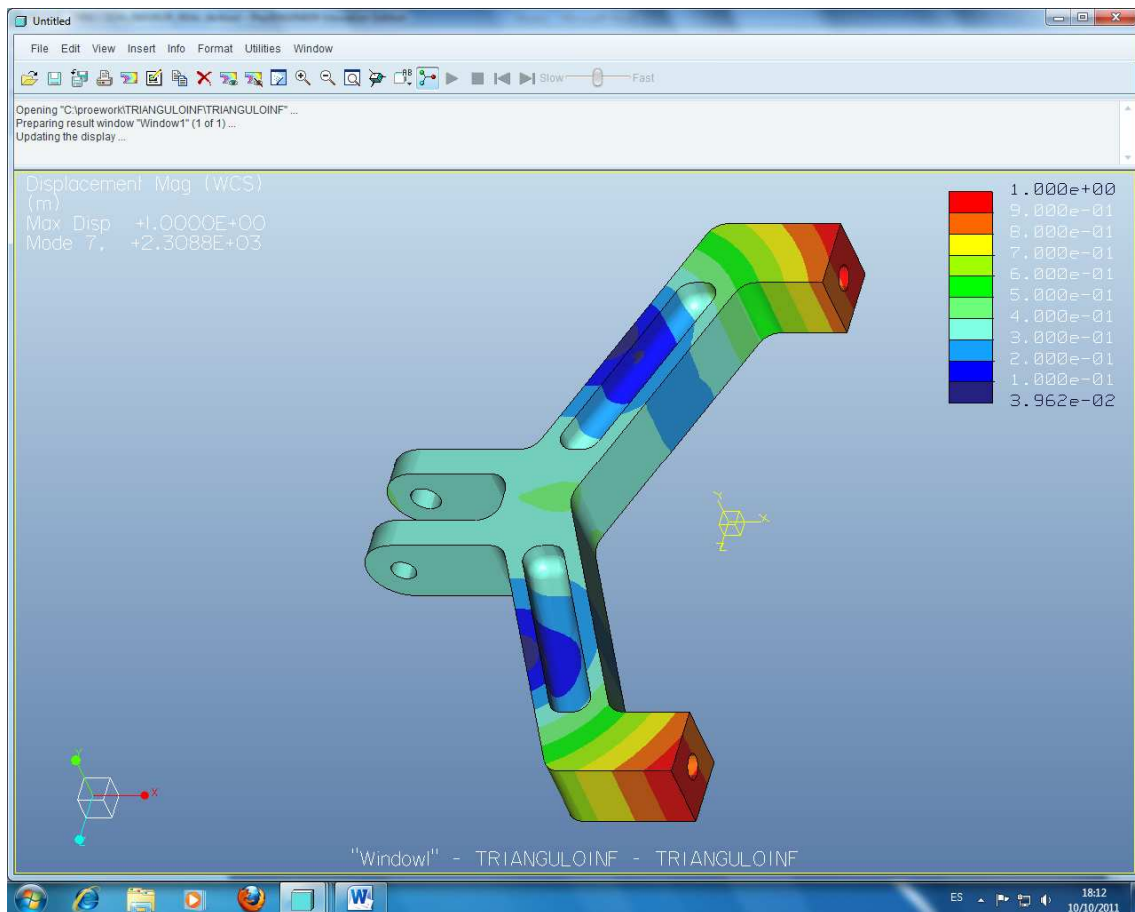


Imagen 6.7-5: triángulo inferior de la dirección

Triángulo superior de la dirección

1	0.000000e+00	8	3.394082e+03	15	1.656831e+04
2	0.000000e+00	9	3.476386e+03	16	2.076103e+04
3	0.000000e+00	10	7.356751e+03	17	2.130150e+04
4	9.696546e-04	11	8.766719e+03	18	2.371275e+04
5	2.045401e-03	12	9.714606e+03	19	2.542835e+04
6	3.040357e-03	13	1.348683e+04	20	2.557619e+04
7	3.368249e+03	14	1.623425e+04		

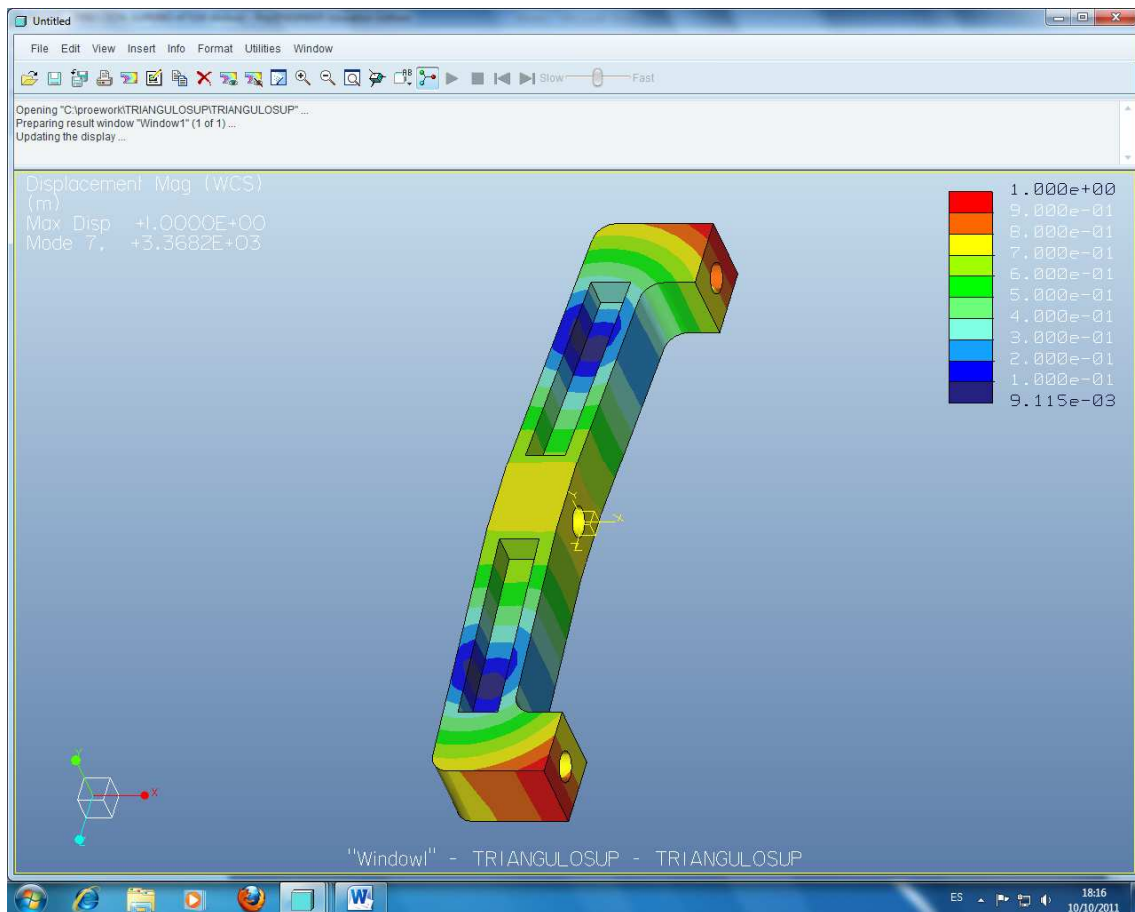


Imagen 6.7-6: triángulo superior de la dirección

Tija

1	0.000000e+00	8	9.443465e+02	15	4.897505e+03
2	0.000000e+00	9	1.317823e+03	16	5.148121e+03
3	1.208584e-03	10	2.003386e+03	17	5.468005e+03
4	1.403600e-03	11	2.941949e+03	18	5.616859e+03
5	1.893470e-03	12	4.527695e+03	19	6.848277e+03
6	2.126861e-03	13	4.677103e+03	20	7.029085e+03
7	4.629822e+02	14	4.735032e+03		

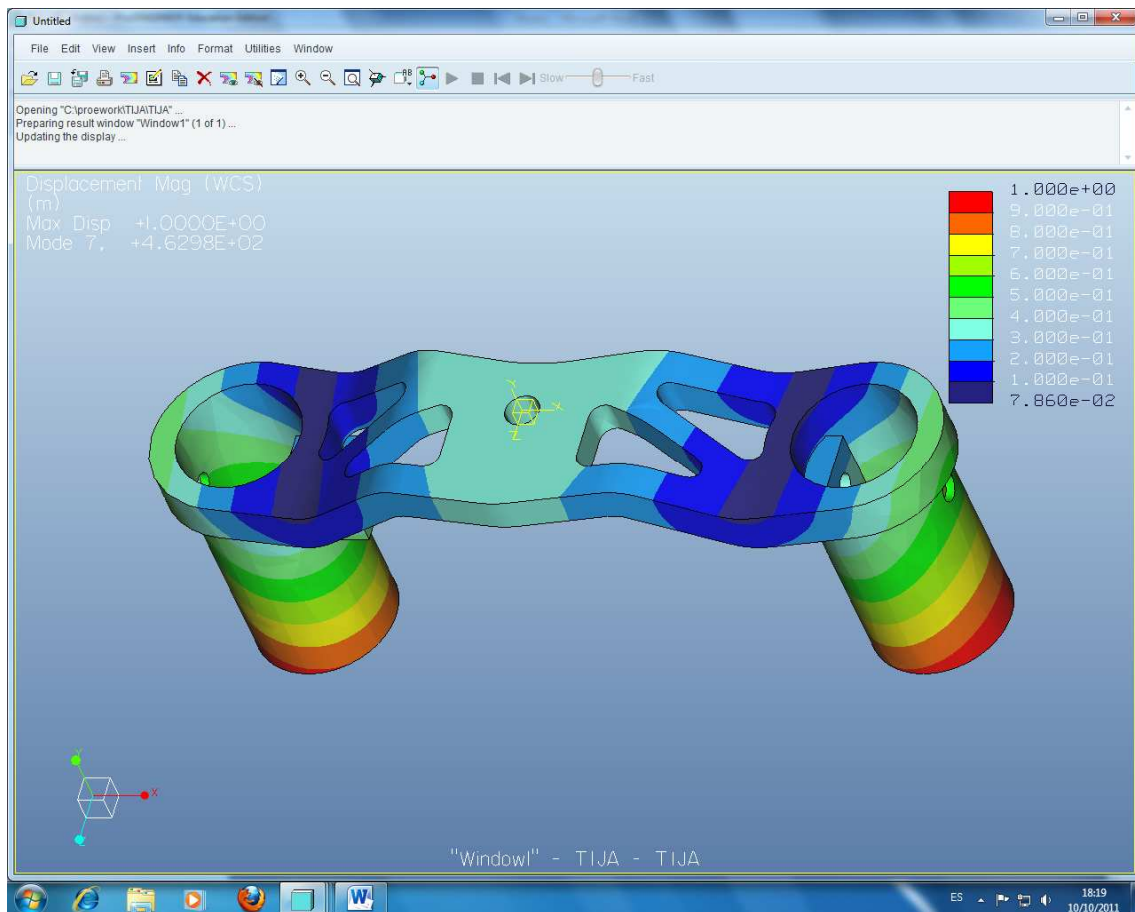


Imagen 6.7-7: tija

Soporte del anclaje de la dirección al chasis

1	0.000000e+00	8	7.023093e+02	15	3.201916e+03
2	0.000000e+00	9	9.933308e+02	16	3.402013e+03
3	0.000000e+00	10	1.398270e+03	17	3.622777e+03
4	8.535795e-04	11	1.795133e+03	18	4.127999e+03
5	1.445893e-03	12	2.201774e+03	19	4.569079e+03
6	1.668525e-03	13	2.271308e+03	20	4.675326e+03
7	2.517043e+02	14	2.797208e+03		

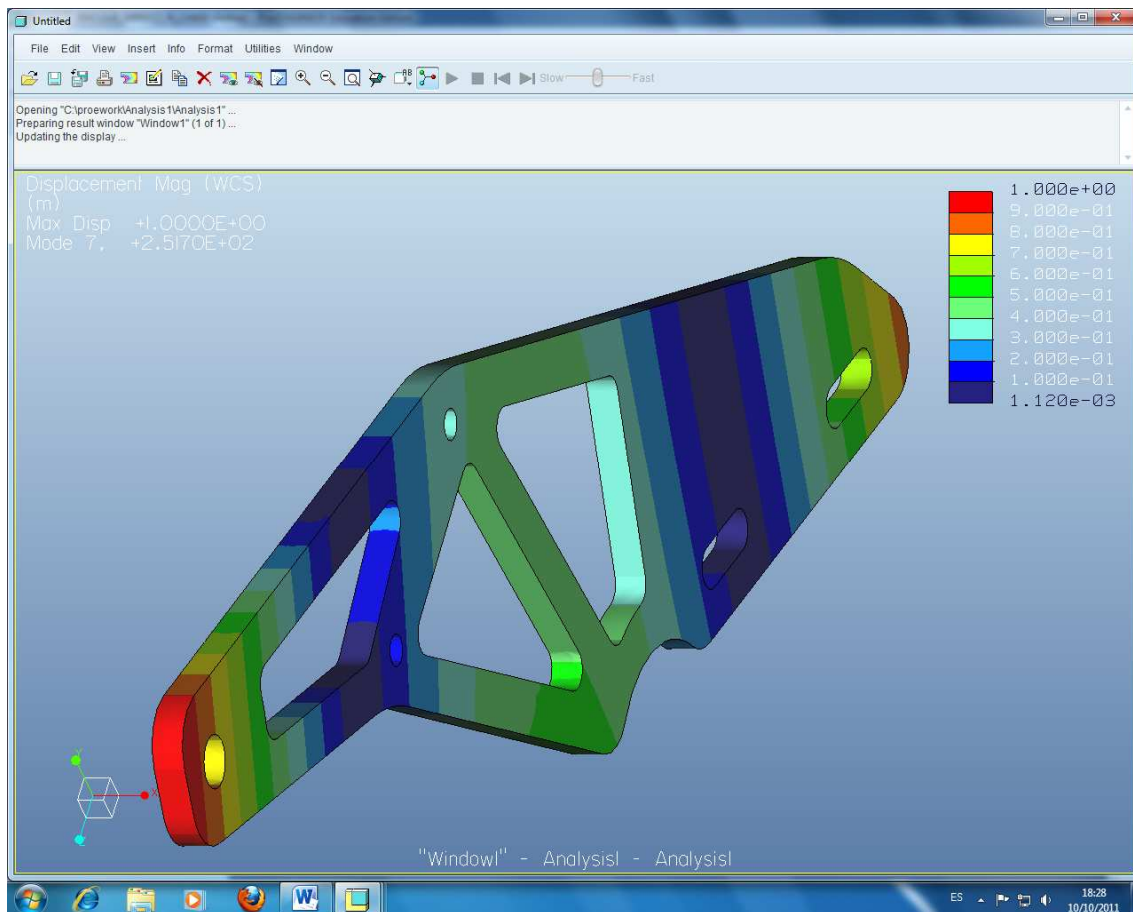


Imagen 6.7-8: Soporte del anclaje de la dirección al chasis

Anclaje de la dirección al chasis

1	0.000000e+00	8	1.144963e+04	15	3.406640e+04
2	0.000000e+00	9	1.309664e+04	16	3.712499e+04
3	7.037155e-04	10	1.687380e+04	17	3.848300e+04
4	1.188771e-03	11	1.875755e+04	18	3.955416e+04
5	2.281623e-03	12	2.827966e+04	19	4.016437e+04
6	2.677414e-03	13	3.248209e+04	20	4.221515e+04
7	1.056718e+04	14	3.295014e+04		

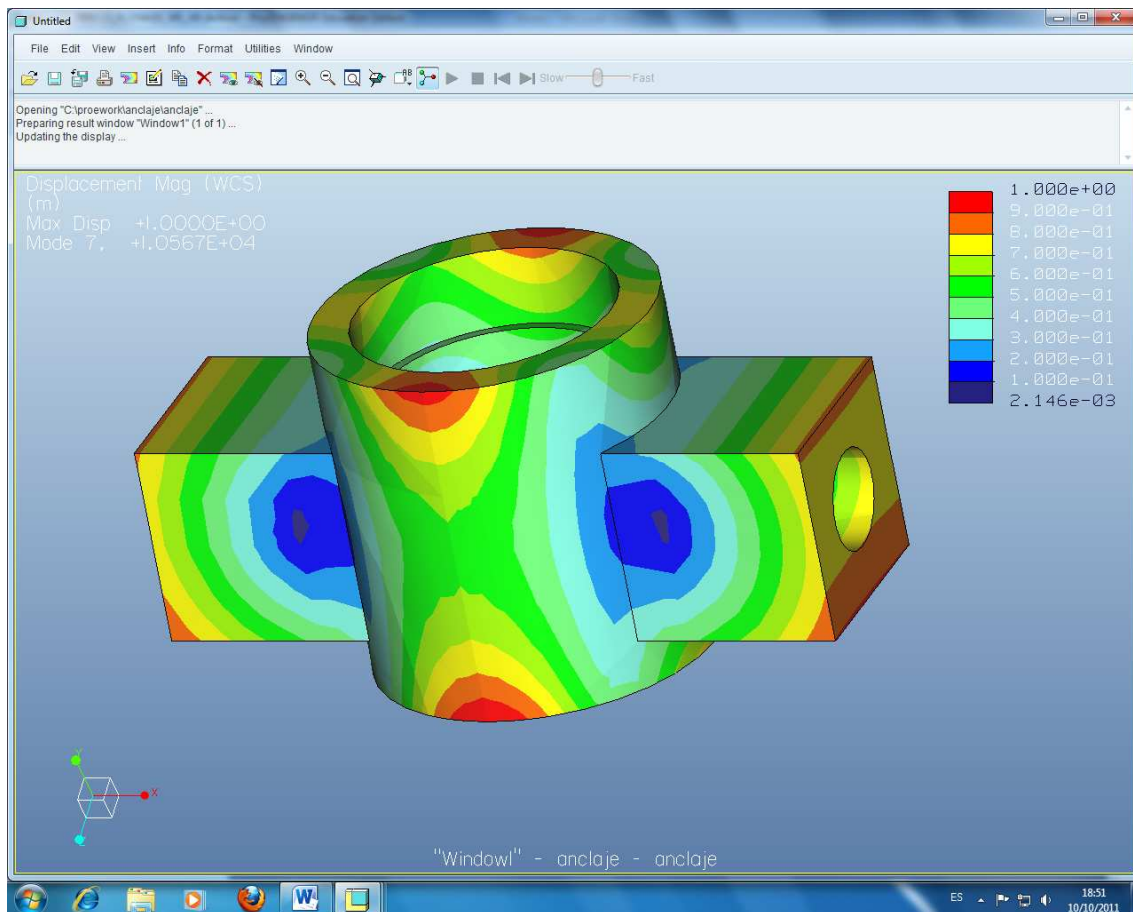


Imagen 6.7-9: anclaje de la dirección al chasis

Horquilla

1	9.600703e-04	8	2.761070e+02	15	1.212034e+03
2	1.204032e-03	9	3.094476e+02	16	1.290370e+03
3	1.590495e-03	10	7.169749e+02	17	1.337038e+03
4	1.725413e-03	11	8.745122e+02	18	1.768857e+03
5	1.898916e-03	12	9.067999e+02	19	1.849195e+03
6	2.442228e-03	13	9.737957e+02	20	1.860589e+03
7	1.394051e+02	14	1.070307e+03		

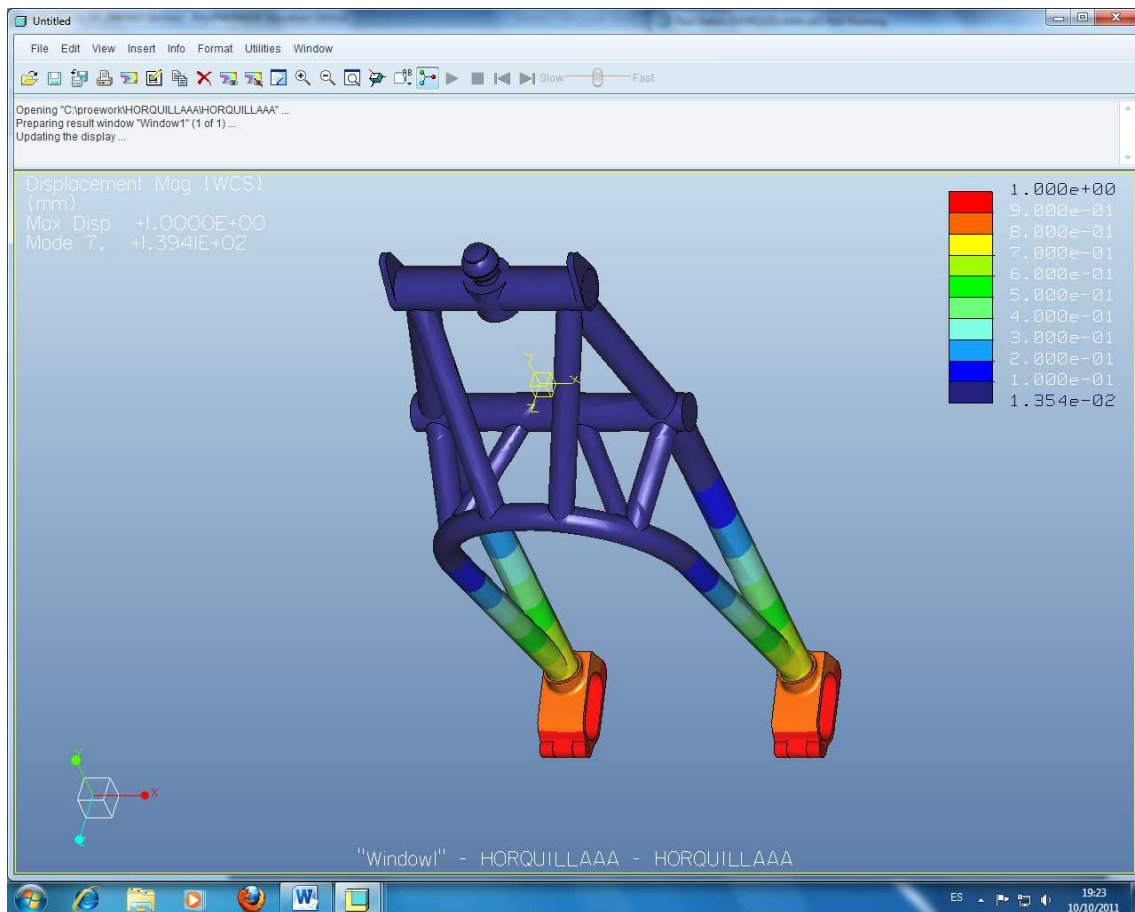


Imagen 6.7-10: Horquilla

Chasis

1	1.450356e-03	8	7.019636e-02	15	1.794343e+02
2	1.650674e-03	9	8.420410e-02	16	2.214332e+02
3	2.674011e-03	10	3.225285e-01	17	2.617727e+02
4	6.684196e-03	11	9.775620e-01	18	2.630841e+02
5	1.082291e-02	12	2.782845e+00	19	3.129166e+02
6	1.824896e-02	13	3.613359e+01	20	3.353667e+02
7	2.008737e-02	14	1.445564e+02		

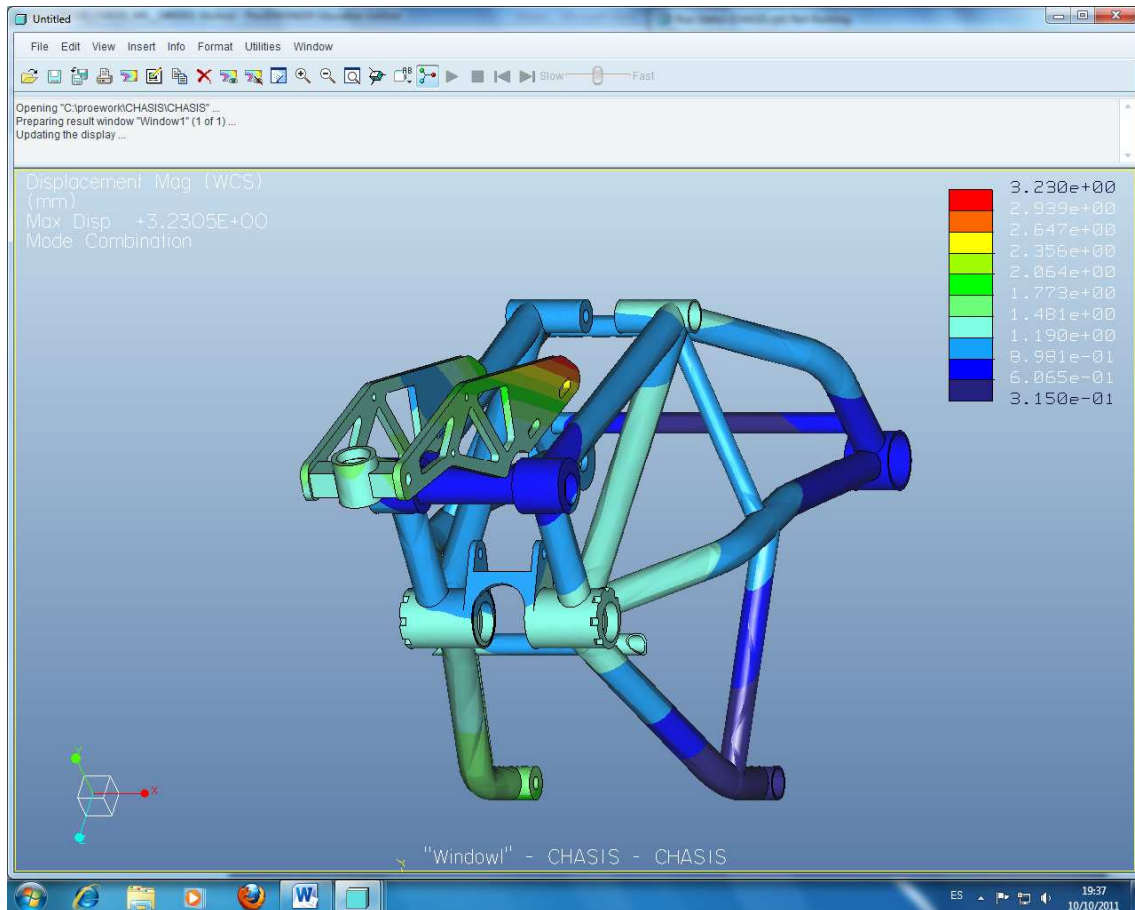


Imagen 6.7-11:Chasis

Triángulo de la suspensión

1	3.733279e-04	8	1.152311e+03	15	2.582918e+03
2	8.777651e-04	9	1.219962e+03	16	2.884917e+03
3	9.039807e-04	10	1.377398e+03	17	3.403844e+03
4	9.469577e-04	11	1.621053e+03	18	3.478587e+03
5	1.572769e-02	12	1.730098e+03	19	3.756399e+03
6	1.774564e-02	13	2.228276e+03	20	3.951117e+03
7	8.501535e+02	14	2.278930e+03		

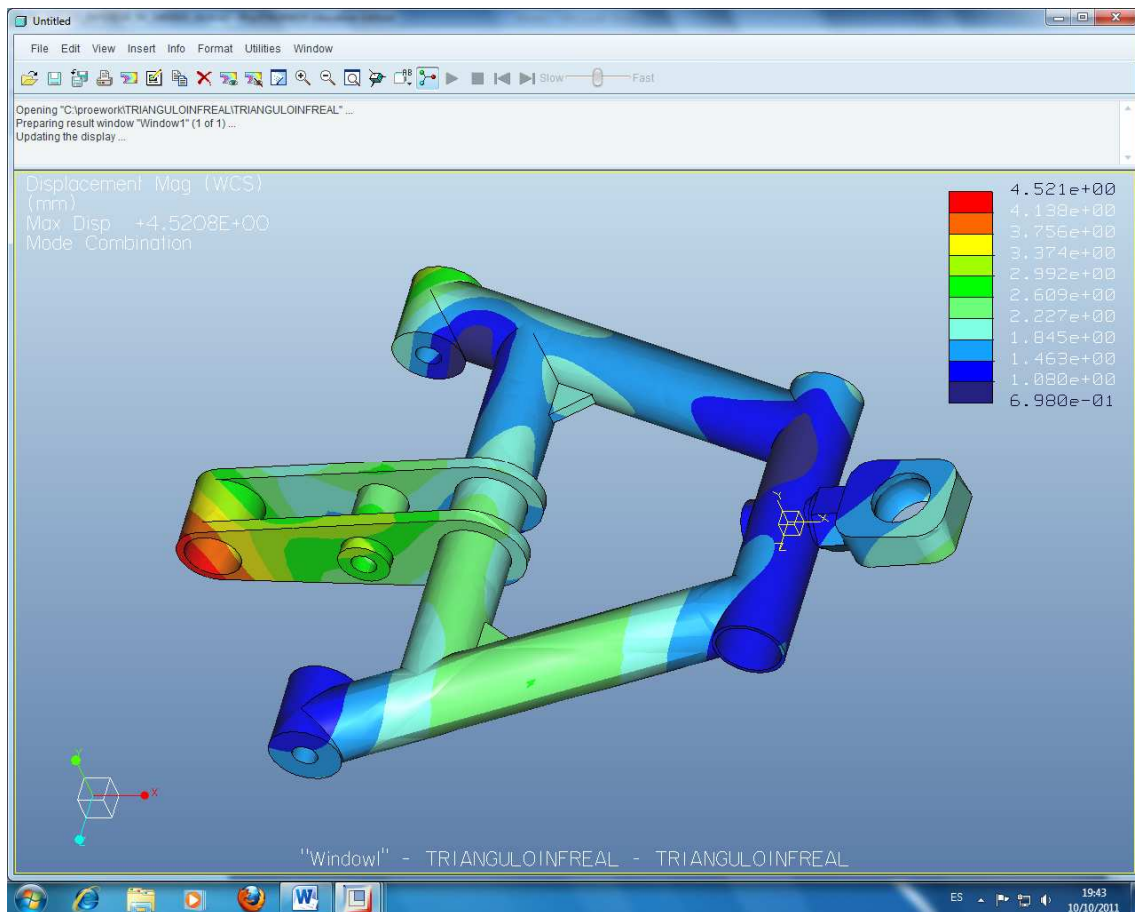


Imagen 6.7-12: triángulo de la suspensión

Neumático y llanta delantera.

1	0.000000e+00	8	1.957635e+02	15	4.289748e+02
2	2.550053e-04	9	2.157385e+02	16	4.290587e+02
3	3.530959e-04	10	2.343814e+02	17	4.291461e+02
4	3.902430e-04	11	2.344977e+02	18	4.876944e+02
5	4.521860e-04	12	3.720326e+02	19	5.338795e+02
6	4.950710e-04	13	3.722713e+02	20	5.340724e+02
7	1.957108e+02	14	4.286580e+02		

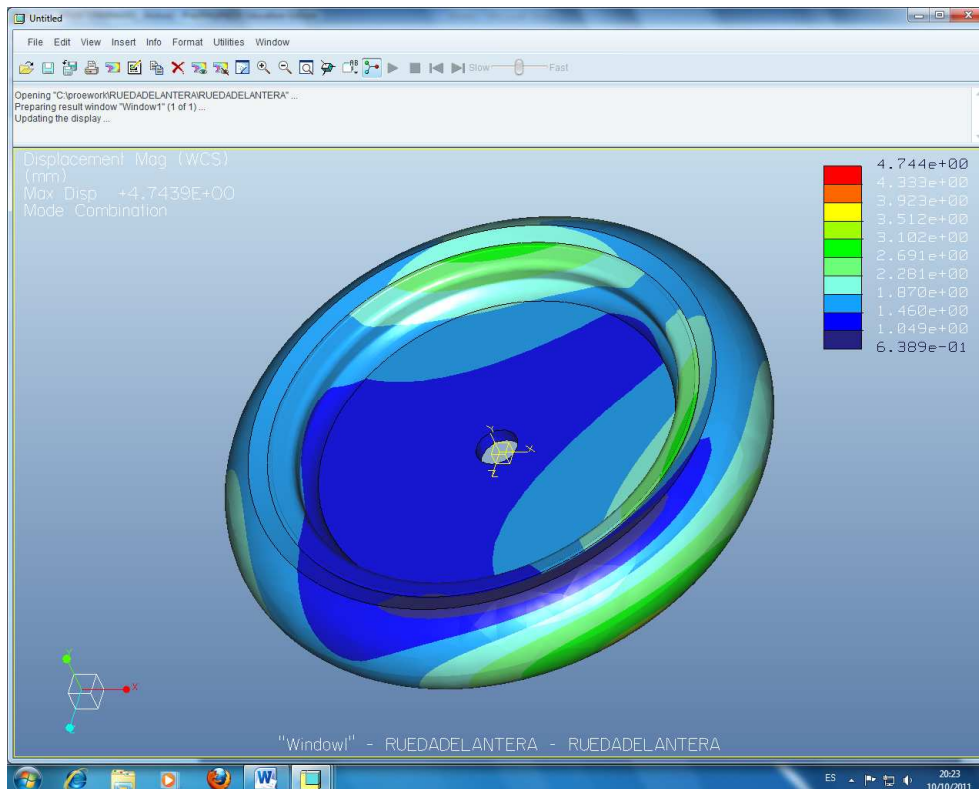


Imagen 6.7-13: neumático y llanta delantera.

7 Resultados.

Como resultados del proyecto podemos destacar los siguientes:

- Se debe tener en cuenta que las vibraciones pueden ser estables o inestables: son estables si existe una fuerza que hace que el sistema vuelva a la posición de equilibrio e inestables si existe una fuerza aplicada que aumenta el desplazamiento. Siempre que la parte real de la solución de una oscilación sea positiva el sistema será inestable y deberemos de evitar esta situación.
- En la gráfica 5.2-2 se puede observar la variación de la velocidad a la que comienza el wobble al variar los parámetros involucrados. Podemos observar que:
 - unos neumáticos más rígidos hacen que aumente levemente la velocidad crítica.
 - El ángulo de avance apenas afecta a esta velocidad. Debemos tener en cuenta que este ángulo está comprendido entre los 20 y 25° para motocicletas tipo Gran Premio y que, por tanto, apenas lo podemos variar. Veremos que la variación de este parámetro no es decisiva en la frecuencia del wobble ni es su amortiguamiento por este mismo motivo pero sí es de gran importancia en la geometría de la motocicleta: al aumentarlo aumenta la estabilidad y al disminuirlo aumenta la agilidad.
 - Al aumentar la inercia del tren delantero disminuye la velocidad crítica.
 - Al aumentar la aceleración aumenta exponencialmente la velocidad crítica. La aceleración es el parámetro que más afecta a la velocidad a la que tiene comienzo la oscilación.

- En la gráfica 5.2-3 se puede observar la variación de la frecuencia del sistema al variar los parámetros involucrados. Ya hemos visto que la frecuencia del wobble se encuentra entre los 4Hz. para motocicletas pesadas y los 10 Hz. para motocicletas ligeras, siendo su valor más común el de unos 8 Hz. Respecto a la variación de los parámetros involucrados podemos observar que:
 - La frecuencia apenas varía al aumentar el ángulo de avance.
 - Al aumentar la inercia del tren delantero disminuye la frecuencia (a mayor masa de la motocicleta obtenemos mayor inercia y por tanto, menor frecuencia)
 - Al aumentar el coeficiente de amortiguamiento disminuye la frecuencia siendo éste parámetro el más influyente en la disminución de la frecuencia. Para coeficientes de amortiguamiento elevados la frecuencia de oscilación se anula.
 - Al aumentar la rigidez de los neumáticos aumenta la frecuencia de manera lineal.
 - Al aumentar la aceleración se produce un fuerte aumento en la frecuencia.
- En la gráfica 5.2-4 se puede observar la variación del ratio de amortiguamiento al variar los parámetros involucrados. Podemos observar que:
 - Un incremento en el ángulo de avance apenas influye en el ratio de amortiguamiento
 - La rigidez de los neumáticos aumenta el ratio de amortiguamiento muy levemente, siendo su influencia en el mismo despreciable.
 - Una mayor inercia hace que el ratio de amortiguamiento disminuya.
 - Una mayor velocidad hace que el ratio de amortiguamiento disminuya. Por tanto, a mayor velocidad, más tardará en desaparecer la inestabilidad.
 - Al incrementar la aceleración, el ratio de amortiguamiento aumenta, por tanto, ante esta inestabilidad debemos acelerar para incrementar este valor y que la inestabilidad desaparezca.
 - Un mayor coeficiente de amortiguamiento hace que aumente de manera lineal el ratio de amortiguamiento. Como hemos visto, dotar a la motocicleta de un amortiguador de la dirección es beneficioso para amortiguar las oscilaciones producidas por el wobble.

- Los parámetros que al incrementarlos son más desfavorables de cara al wobble de manera general son: la inercia del tren delantero de la motocicleta, la rigidez torsional del neumático delantero y la distancia del centro de gravedad de la motocicleta a la rueda trasera.
- Los parámetros que al incrementarlos son más favorables de cara al wobble de manera general son: el coeficiente de amortiguación del amortiguador de la dirección y la rigidez lateral del neumático delantero.
- Debemos destacar que las características de la rueda trasera no influyen en el wobble.
- Los neumáticos son un elemento fundamental en el diseño y en el mantenimiento de la motocicleta y de los vehículos en general puesto que son el único elemento que mantiene el contacto con la calzada. Es muy importante mantener los neumáticos en buenas condiciones y que sean los adecuados.
- Respecto a las situaciones en las que puede producirse el wobble debemos destacar que éste modo se desestabiliza al ascender pendientes o al frenar en llano y que se amortigua al acelerar en llano y al descender rampas. Esto es debido a que ascender o descender rampas genera fuerzas gravitacionales que imitan las fuerzas inerciales asociadas con la aceleración y la deceleración respectivamente.
- La carretera es otro parámetro importante a la hora de analizar el wobble. Las ondulaciones regulares de la carretera pueden excitar este modo de vibración a través de los neumáticos.
- Se han analizado los veinte primeros modos de vibración de los elementos del tren delantero del prototipo fabricado para MotoStudent I. En vista a los resultados obtenidos se puede garantizar que en caso de que el prototipo sufriera wobble, ninguno de estos elementos entraría en resonancia puesto que sus frecuencias naturales son mucho más elevadas que la frecuencia de la inestabilidad.
- Para realizar simulaciones válidas es muy importante realizar un estudio del contacto neumático calzada y verificar que se cumplen los puntos especificados en el apartado 6.1 del proyecto y que la unión entre los distintos componentes es la correcta. También debe verificarse que los parámetros de las suspensiones son los adecuados.

- La manera más eficaz y segura de evitar este fenómeno es añadir un amortiguador de la dirección a la motocicleta y ajustarlo adecuadamente teniendo en cuenta que el amortiguamiento de la dirección desfavorece el modo weave.
- En caso de que la motocicleta entre en wobble la manera de actuar es la siguiente: acelerar y tensar los músculos. Ya que al tensar los músculos tendremos un buen agarre y será más difícil “salir despedidos” por la fuerza de las oscilaciones de la dirección. Tensar los músculos hace que la oscilación tarde más en desarrollarse pero como punto negativo aumenta su frecuencia. Respecto a la aceleración hemos visto que al aumentarla aumentan tanto la velocidad a partir de la cual comienza la oscilación como el amortiguamiento. Al aumentar el amortiguamiento haremos que la oscilación desaparezca más rápidamente.
- En caso de que la motocicleta entre en wobble nunca y bajo ningún concepto se deben soltar las manos del manillar (muchas veces esto hace que se produzca el wobble) ni tomar decisiones como levantar la rueda delantera para evitar que se siga excitando la oscilación puesto que en tales condiciones esto puede resultar extremadamente peligroso. Tampoco se debe tomar una actitud pasiva en esta situación y evitar hacer nada por el miedo provocado por la oscilación porque de esa manera no se cambiarán las condiciones de contorno y la inestabilidad seguirá produciéndose.
- No se debe frenar con la rueda trasera sobre todo a alta velocidad debido a la transferencia de peso puesto que la rueda trasera patina y provoca una pérdida de control.

8 Conclusiones.

En el presente proyecto se han estudiado las inestabilidades en motocicletas debido a su influencia en la seguridad y en la conducción.

Después de un capítulo sobre tipos de motocicletas y elementos de una motocicleta tipo Gran Premio basándonos en el prototipo construido para MotoStudent I hemos procedido a realizar una introducción a las vibraciones y un análisis general de las inestabilidades principales hemos profundizado en la conocida como wobble, cómo hemos visto, esta inestabilidad hace que la dirección de la motocicleta comience a oscilar de manera brusca durante unos instantes, lo que puede acarrear graves consecuencias.

El grueso del proyecto reside en la amplia selección y gestión bibliográfica llevada a cabo para poder comprender el wobble: en qué consiste, cuándo se produce, qué parámetros están involucrados y en qué medida y cómo podemos evitar que ocurra o detenerlo una vez ha comenzado a producirse. Además, hemos analizado distintas ocasiones en las que puede tener lugar la inestabilidad (en rampa, pendientes, línea recta, aceleración, frenada...) teniendo en cuenta también la influencia del piloto, cómo puede evitarse y las creencias populares que se tienen en torno a este fenómeno.

Dicha selección bibliográfica está formada fundamentalmente por artículos, tesis doctorales y libros sobre dinámica, diseño y simulación de motocicletas.

Otro de los objetivos del proyecto ha sido analizar detenidamente cómo afecta cada parámetro a las características de la inestabilidad al variarlo. Además de los resultados bibliográficos sobre cómo afectan los parámetros de la motocicleta a la estabilidad se

han creado gráficas a partir del modelo matemático del wobble con un grado de libertad para observar de manera clara las tendencias en la velocidad crítica, la frecuencia y el amortiguamiento.

También se ha propuesto un modelo de motocicleta válido para las simulaciones por ordenador y se han obtenido las frecuencias propias de los elementos que forman el tren delantero del vehículo.

Finalmente, se proponen una serie de futuros desarrollos en torno al tema del proyecto que podrán ser estudiados por alumnos de la Universidad.

Todas las conclusiones de este proyecto podrán ser aplicadas por los alumnos de la Asociación Moto-Maqlab-UC3M en el diseño de un prototipo para la competición MotoStudent II, en el estudio de otras inestabilidades de la motocicleta y en la simulación de las mismas.

En el organigrama de la figura vemos los estudios realizados en el presente proyecto y otros relacionados que serán estudiados próximamente.

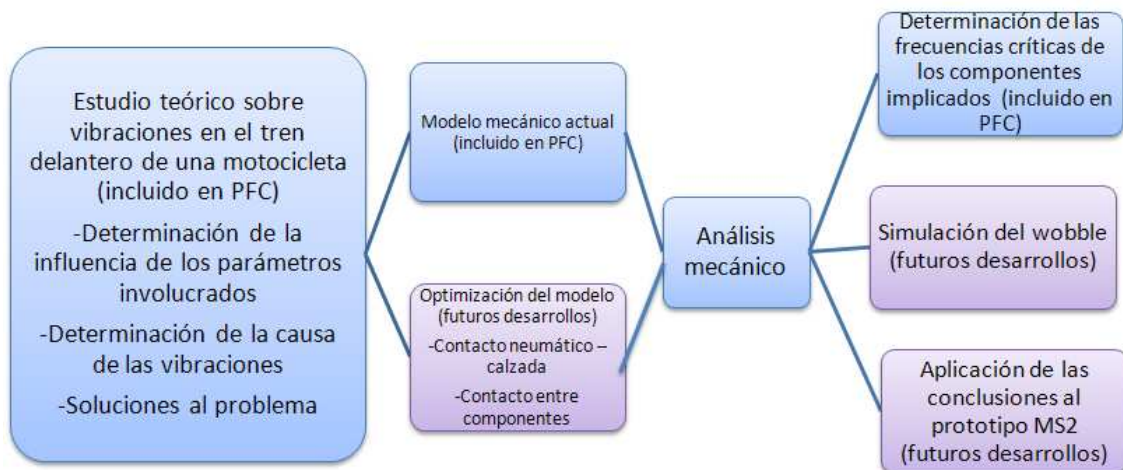


Figura 8.1-1: Organigrama

9 Futuros desarrollos.

Este proyecto se presenta como un estudio previo del comportamiento de una motocicleta ante las vibraciones autoexcitadas en el tren delantero.

Con objeto de poder analizar en mayor medida la influencia de las vibraciones autoexcitadas en motocicletas, se proponen las siguientes líneas de desarrollo:

- Realizar un estudio detallado sobre el wobble que incluya simulaciones dinámicas del mismo.
- Realizar un estudio sobre otras inestabilidades producidas en la motocicleta, las cuales también afectan a la seguridad.
- Implementar un piloto en el modelo que interactúe de manera activa durante la realización de maniobras en la simulación, para de este modo poder observar su influencia en las inestabilidades.
- Realizar un estudio completo y detallado del contacto rueda-suelo, con el fin de poder obtener unos parámetros que definan mejor éste tipo de contacto en nuestro modelo para obtener una mayor claridad en los datos extraídos.
- Analizar la influencia de las vibraciones producidas por el motor sobre el comportamiento dinámico del conjunto.
- Aplicar los estudios sobre inestabilidades al prototipo que se fabricará para la competición MotoStudent II.

10 Presupuesto.

El coste de desarrollo del presente proyecto se muestra desglosado en términos generales a continuación.

Horas de búsqueda y gestión de información

180 horas x 30 ,00€/hora 5400,00 €

Horas de modelado y simulación

120 horas x 30 ,00€/hora 3600,00 €

Análisis y tratamiento de datos

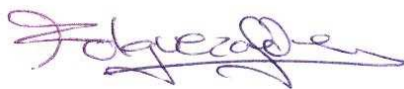
110 horas x 30,00€/hora 3.300,00 €

TOTAL 12300,00 €

“El presupuesto total de este proyecto asciende a la cantidad de DOCE MIL TRESCIENTOS EUROS.

Leganés, a 20 de Octubre de 2011

La ingeniera proyectista



Fdo. Tania Folguera Fernández.

11 Bibliografía.

ARIAS-PAZ GUITIÁN, Mael. “Motocicletas”. Ed. Dossat. 33ª Edición, 2006.

TONY FOALE “Motorcycle handling and chassis design: the art and science”, Editorial Tony Foale. 2002.

GAETANO COCCO “Motorcycle design and technology”, Editorial Giorgio Nada. 1999.

VITTORE COSSALTER “Motorcycle dynamics”, Editorial Solochech. 2006.

ANDREW TREVITT “Sportbike suspension tuning: How to improve your motorcycle’s handling and performance”, Editorial David Bull Publishinh, 2009.

HANS B. PACEJKA “Tyre and vehicle dynamics”, Editorial Butterworth 2005.

HERNÁNDEZ VARAS, SERGIO. “Simulación del comportamiento dinámico en 3D de una motocicleta, constituida por una suspensión delantera alternativa”. Proyecto Final de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid, 2009.

TURRILLO JIMENO, JAVIER. “Simulación del comportamiento de una suspensión de paralelogramo frente a una suspensión de horquilla telescópica. Aplicación al modelo MotoStudent”. Proyecto Final de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid, 2010.

V. COSSALTER, G. DALLA TORRE, R. LOT, M. MASSARO, An advanced multibody model for the analysis of motorcycle dynamics. International conference on mechanical engineering and mechanics, Beijing, China. October 2009.

R S SHARP, D J N LIMEBEER. On steering wobble oscillations of motorcycles
Department of Electrical and Electronic Engineering, Imperial College London, UK
2004

SIMOS EVANGELOU, DAVID J.N. LIMEBEER, ROBIN S. SHARP, MALCOLM C.
SMITH. Control of Motorcycle Steering Instabilities. IEEE CONTROL SYSTEMS
MAGAZINE, OCTOBER 2006

SIMOS EVANGELOU, DAVID J.N. LIMEBEER, ROBIN S. SHARP, Motorcycle
Steering Oscillations due to Road Profiling. Journal of Applied Mechanics
NOVEMBER 2002

SIMOS EVANGELOU, DAVID J.N. LIMEBEER “Lisp programming of the Sharp
1971” Department of Electrical and Electronic Engineering, Imperial College of
Science, Technology and Medicine, Exhibition Road, London SW7 2BT, UK.

R. S. SHARP, “The stability and control of motorcycles”, Jour. Mech. Eng. Sci., Vol.
13, No. 5, 1971, pp. 316-329.

R.S. SHARP, S. EVANGELOU, D.J.N. LIMEBEER Advances in the Modelling of
Motorcycle Dynamics Electrical and Electronic Engineering, Imperial College
London, UK 2004.

SIMOS EVANGELOU, DAVID J.N. LIMEBEER, ROBIN S. SHARP “The stability of
motorcycles under acceleration and braking” School of Mechanical Engineering,
Craneld University, Craneld, UK Proc Instn Mech Engrs Vol 215 Part C 2001.

ROBIN S. SHARP Stability, Control and Steering Responses of Motorcycles. Vehicle
System Dynamics 2001, Vol. 35, No. 4-5, pp. 291-318

JUAN CARLOS GARCÍA PRADA: “Inestabilidad producida por la fricción seca.
Vibración de adherencia-deslizamiento” Universidad Nacional de Educación a
Distancia. Septiembre 1993

THORSTEN BREUER “Advanced dynamic motorbike analysis and driver simulation”
Institut für Kraftfahrwesen Aachen, 2010.

C. KOENEN “The dynamic behavior of a motorcycle when running straight ahead and when cornering” Ureterp, 1983

ÁLAVA INGENIEROS: Curso de análisis predictivo de vibraciones I. 2010.

Biblioteca de consulta ENCARTA 2005.

12 Enlaces web.

“MotoStudent. Moto Engineering Foundation”. [ref. de 9 de Junio de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.motostudent.es/>>.

“Dinámica del motociclo”. [ref. de 15 de Mayo de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.dinamoto.it/>>.

“Hayabusa wobble accident”. [ref. de 9 de Marzo de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.youtube.com/watch?v=4OMebA3O-Dc>>

“Wobbly crash”. [ref. de 9 de Marzo de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.youtube.com/watch?v=7O89J79L3-c&feature=related>>

“Motorbike speed wobble”. [ref. de 9 de Marzo de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.youtube.com/watch?v=RmtoOmQ3ppw&feature=related>>

“Motorbike weave”. [ref. de 9 de Marzo de 2011]. Disponible en Web: <<http://www.youtube.com/watch?v=SFRJq1ZmlvU&feature=related>>

“Institute of Engineering and Computational Mechanics. University of Stuttgart”. [ref. de 9 de Marzo de 2011]. Disponible en Web: <http://www.itm.uni-stuttgart.de/research/motorbikes/motorbikes_en.php>

“Research group. Imperial Collage London”. [ref. de 9 de Marzo de 2011]. Disponible en Web: <<http://www3.imperial.ac.uk/controlandpower/research/motorcycles>>

“Tony Foale Designs”. [ref. de 9 de Marzo de 2011]. Disponible en Web: <http://www.tonyfoale.com/>>

“*Motorcycle fórum*” [ref. de 20 de Septiembre de 2011]. Disponible en Web:
<<http://www.triumphrat.net/riding-and-survival-skills/88984-tank-slapper-explained.html>>

“*Motorcycle Safety Site*” [ref. de 20 de Septiembre de 2011]. Disponible en Web:
<<http://www.msgroup.org/tip.aspx?num=190>>

“*Sport Rider Magazine*” [ref. de 20 de Septiembre de 2011]. Disponible en Web:
<<http://www.sportrider.com/index.html>>